КВАЗИОБРАТНЫЕ ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ОПЕРАТОРЫ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

***Д. С. ШПАК*, Ю. М. ВУВУНИКЯН**

In the article the general formulas for the operator components of the first and the second order of the quasi-inverse evolution operator for the evolution operator generated by the nonlinear differential equation of the second order $x'' + x + x^2 = f(t)$ have been found. The method of evolution operators can obtain a solution of a nonlinear differential equation in the form of a function with a high degree of accuracy

Ключевые слова: оператор, квазиобращение, импульсная характеристика.

Системы, определяемые нелинейными дифференциальными уравнениями, используют передаточные функции и комплексные коэффициенты передачи, которые чаще всего рассматриваются в виде импульсных характеристик.

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, в котором нелинейность представлена квадратичными составляющими математического описания, так как объекты, описанные данными уравнениями, имеют большое методологическое значение и широко распространены в электромеханике, биологических и экологических системах.

Выполним построение квазиобратного эволюционного оператора для уравнения

$$x'' + x + x^2 = f(t), \tag{1}$$

где $f(t)=\Theta(t)$– «тетта»-функция.

Ему соответствует эволюционный оператор второй степени

$$Ax = a_1 * x + S_2(a_2 * x^{\otimes 2}), \tag{2}$$

где $a_1 = \delta'' + \delta' + \delta, a_2 = \delta^{\otimes 2}. -$ обобщенные импульсные характеристики.

Пусть эволюционный оператор $Bf = b_1 * f + S_2(b_2 * f^{\otimes 2}) = B_1 + B_2$ является квазиобратным оператором второй степени к оператору А. Докажем, что $b_1 = a_1^{*-1} = \theta(t)\sin t$. Действительно, $a_1^{*-1} * a_1 = (\delta'' + \delta) * \theta(t)\sin t = \delta'' * \theta(t)\sin t + \delta * \theta(t)\sin t = \theta' \cos t = \delta \cos t = \delta.$

Тогда первая операторная компонента B_1 будет вычисляться следующим образом

$$B_1 = (b_1 * f)(t) = \theta(t)\sin t * \theta(t) = \theta(t)\int_0^1 \theta(s)\sin s \cdot \theta(t-s)ds = -\theta(t)\cos t.$$

Следовательно, вторая операторная компонента B_2 будет равна

$$B_2 = S_2\left(b_2 * f^{\otimes 2}\right)(t) = -S_2\left(a_2 * (b_1 * f)^{\otimes 2}\right) * b_1(t) = -\theta(t)\int_0^1 (1-\cos s)(1-\cos s)\cdot \sin(t-s)ds =$$

$$= -\theta(t)\cos t = \theta(t)\left(-\frac{4}{3} + \frac{4}{3}\cos t + t\cdot\sin t - \frac{1}{3}\sin^2 t\right).$$

Таким образом, получили решение нелинейного дифференциального уравнения в виде функции

$$Bf = B_1 + B_2 = \theta(t)\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cos t + t\sin t - \frac{1}{3}\sin^2 t\right).$$

В последнее время среди современных математических областей теория обобщенных функций активно используется не только специалистами-математиками, но также физиками и инженерами, так как метод нелинейных эволюционных операторов, основанный на данной теории, является одним из самых эффективных способов анализа нелинейных систем управления.