О ПРОИЗВЕДЕНИЯХ И ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ НОРМАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

А. В. ТУРКОВСКАЯ, **Н. Т. ВОРОБЬЕВ**

Let π be a non-empty set of primes. A Fitting class $\mathfrak{F}$ is said to be π-normal or normal in a class of all finite soluble π-groups $\mathfrak{S}_\pi$, if $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S}_\pi$ and $G_\mathfrak{F}$ is $\mathfrak{F}$-maximal in G for all $G \in \mathfrak{S}_\pi$. The Hauck's theorem about the product of soluble normal Fitting classes is generalized, for the case of π-normal Fitting classes

Ключевые слова: класс Фиттинга, произведение классов Фиттинга, π-нормальные классы Фиттинга, класс Локетта, класс Фишера

Одним из основных объектов исследования классов конечных групп является понятие нормального класса Фиттинга, которое было введено в основополагающей работе Блессеноля-Гашюца [1]. Данное понятие расширяется следующим образом. Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторый класс групп. Тогда класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ назовём $\mathfrak{X}$-нормальным, или локально нормальным, если для любой группы $G \in \mathfrak{X}$ ее $\mathfrak{F}$-радикал является максимальной из подгрупп группы G, принадлежащих $\mathfrak{F}$.

Изучение нормальных классов Фиттинга приводит к необходимости исследования операции умножения нормальных классов Фиттинга. В этом направлении известны результаты Хаука [2] и Косси [3]. В частности известен критерий нормальности произведений Хаука [2]. Мы обобщаем указанный результат на случай разрешимых π-нормальных классов Фиттинга. Для этой цели введём

Определение. Пусть π – непустое множество простых чисел. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ назовём *π-нормальным или нормальным в классе* $\mathfrak{E}_\pi$ всех конечных π-групп, если $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{E}_\pi$ и для любой π-группы *G* её $\mathfrak{F}$-радикал является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой *G*.

Аналогично определяется π-нормальный класс Фиттинга для класса $\mathfrak{S}_\pi$ всех конечных разрешимых групп. Нами доказана

Теорема. Если $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{G}$ классы Фиттинга, такие, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S}_\pi$ и $\mathfrak{G} \subseteq \mathfrak{S}_\pi$, то следующие утверждения эквивалентны: (a) класс Фиттинга $\mathfrak{F}\mathfrak{G}$ является π-нормальным классом Фиттинга; (b) класс $\mathfrak{F}\mathfrak{G}^*$ является π-нормальным классом Фиттинга; (c) класс Фиттинга $\mathfrak{F}^*\mathfrak{G}$ является π-нормальным классом Фиттинга; (d) $\mathfrak{F}^*\mathfrak{G}^* = \mathfrak{S}_\pi$; (e) если существует множество простых чисел σ, такое что $\mathfrak{F}^*\mathfrak{S}_\sigma = \mathfrak{F}^*$ и $\mathfrak{S}_\sigma\mathfrak{G}^* = \mathfrak{S}_\pi$, где $\sigma \subseteq \pi$, то $\mathfrak{F}^*\mathfrak{G}^* = \mathfrak{S}_\pi$; (f) если хотя бы один из классов Фиттинга $\mathfrak{F}$ или $\mathfrak{G}$ – π-нормален, то их произведение $\mathfrak{F}\mathfrak{G}$ является π-нормальным классом Фиттинга.

Литература

1. *Blessenohl D., Gaschütz W.* Über normale Schunk und Fittingklassen // Math. Z. – 1970. – Bd. 148, № 1. – S. 1–8.
2. *Hauck P.* On products of Fitting classes // J. London Math. – 1979. – Soc.(2) 20. – 423–434 p.
3. *Cossey J.* Products of Fitting classes // Math. Z. – 1975. – Bd. 141. № 9. – S. 289–295.