

ДОБАВЛЕНИЕ К БИНАРНОМУ АЛГОРИТМУ ЕВКЛИДА

В.М. Ширяев (г. Минск, Беларусь)

Бинарный алгоритм Евклида [1, 2] позволяет вычислить по данным двум целым числам a и b его наибольший общий делитель d . Этот алгоритм можно дополнить, вычисляя на его основе также числа u и v , что $ua + vb = d$. Дело в том, что при вычислении d по бинарному алгоритму вырабатываются дробные коэффициенты со знаменателем степени числа 2. Показатели можно уменьшить, прибавляя к соотношению $\frac{u_1}{2^l}a + \frac{v_1}{2^l}b = d$, где $u_1, v_1 \in \mathbb{Z}$, $l \in \mathbb{N}$ соотношение $\pm \frac{b}{2^l}a \mp \frac{a}{2^l}b = 0$ с уменьшением показателя l .

Например, пусть $a = 26$, $b = 7$. Сначала с помощью таблицы вычислим $d = 1$:

22	7	$u26 + v7$
1	0	22
0	1	7
1/2	0	11
1/2	-2/2	$11-7=4$
1/8	-2/8	1

Далее продолжаем эту таблицу, добавляя соотношение $-\frac{7}{8}22 + \frac{22}{8}7 = 0$.

1/8	-2/8	1
-7/8	22/8	0
-6/8	20/8	$1 + 0 = 1$
-3/4	10/4	1
7/4	-22/4	0
4/4	-12/4	1
1	-3	1

Таким образом, $u = 1$, $v = -3$.

Литература. 1. Гашков С.Б., Чубариков В.М. Арифметика, Алгоритмы. Сложность вычислений. М: Высшая школа, 2000. 2. Ширяев В.М. Прикладная алгебра. Теория чисел. Сборник задач. Мн.: Изд-во БГУ. 2009.