ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ НА ПОВЕРХНОСТЯХ ВРАЩЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В КУРСЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

С. А. Берснева, М. В. Милованов (Минск, Беларусь)

Теория геодезических составляет один из интереснейших разделов внутренней геометрии поверхностей. Поскольку курс дифференциальной геометрии педагогического университета заканчивается знакомством с этой областью дифференциальной геометрии, то желательно, чтобы при этом дело не ограничилось общими словами и студенты получили возможность познакомиться с конкретными геодезическими на конкретных поверхностях.

Так как студенты знакомятся с поверхностями второго порядка уже при изучении аналитической геометрии, то естественно попытаться описать геодезические линии именно этих простых поверхностей. Если при этом ограничиться поверхностями вращения, то можно воспользоваться теоремой Клеро, имеющей простой геометрический смысл [1, 2].

Подробное исследование поведения геодезических на поверхностях вращения второго порядка проведено в монографии В. Ф. Кагана [3]. Однако оно опирается на серьезный аналитический аппарат, недоступный для студентов. Мы обнаружили, что все упомянутые в [3] результаты о геодезических на поверхностях вращения второго порядка можно вывести из теоремы Клеро с помощью довольно простых рассуждений геометрического характера. Более того, удалось доказать некоторые интересные факты, которые отсутствуют в [3]. Например, доказано, что для любого натурального n найдутся такой однополостный гиперболоид вращения и такая его параллель, что геодезическая, которая касается этой параллели, делает при движении от точки касания в одном направлении ровно n завитков вокруг гиперболоида.

Все это дает возможность преподавателю существенно обогатить и углубить изложение внутренней геометрии поверхностей. Описание геодезических на сфере, цилиндре и эллипсоиде вращения целесообразно изложить на лекциях. На практические занятия удобно вынести исследование поведения геодезических на конусе и однополостном гиперболоиде вращения в виде решения двух серий соответствующих задач, имеющих большой развивающий потенциал.

Литература. 1. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М., 1958. **2.** Сборник задач по дифференциальной геометрии. Под ред. А.С. Феденко. М., 1979. **3.** Каган В.Ф. Основы теории поверхностей. Ч.1. М.-Л., 1947.