ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПРЯМОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ АЛГЕБР МНЕМОФУНКЦИЙ. СМЕШАННЫЙ СЛУЧАЙ

А. К. Хмызов (Минск, Беларусь)

В данной работе рассматривается задача Коши

$$\dot{Y}(t) = \dot{L}(t) f(Y(t)), \quad Y(0) = Y_0. \tag{1}$$

Здесь $Y : T \to \mathbb{R}^p$ неизвестная вектор-функция, $T = [0;a]$, $\dot{L}(t)$ — обобщенная производная функции $L(t) = (L^{ij}(t))$, $L^{ij}(t)$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации $i,j = 1,\dots,p$, $L(0) = 0$, при $t > a$, $L(t) = L(a)$, а $f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^p$ — функция, удовлетворяющая условию Липшица. Исследование задачи (1) проводится в прямом произведении алгебр мнемофункций [1]. Задача (2) на уровне представителей примет следующий вид:

$$Y_n(t+h_n) - Y_n(t) = [L_n(t+h_n) - L_n(t)] f_n(Y_n(t)), \quad Y_n(t)|_{[0;h_n)} = Y_n^0(t), \tag{2}$$

где $L_n(t) = \int_0^{1/\gamma^{ij}(n)} L^{ij}(t+s)\rho_n^{ij}(s)ds$, $\rho_n^{ij}(t) = \gamma^{ij}(n)\rho(\gamma^{ij}(n)t)$, $\rho \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\operatorname{supp}\rho \subset \subset [0;1]$, $\int_0^1 \rho(s)ds = 1$, γ^{ij} — некоторая монотонная функция, $\gamma^{ij}(n) \to \infty$ при $n \to \to \infty$, $i,j = 1\dots p$, $f_n(t) = (\int_0^{1/n} \dots \int_0^{1/n}, f^i(t_1+s_1,\dots,t_p+s_p)\bar{\rho}_n(s_1,\dots,s_p)ds_1\dots ds_p)$, $\bar{\rho}_n(s_1,\dots,s_p) = n^p\bar{\rho}(ns_1,\dots,ns_p)$, $\rho \in C^\infty(\mathbb{R}^p)$, $\bar{\rho}(s_1,\dots,s_p) \geqslant 0$, $\operatorname{supp}\rho \subset [0,1]^p$, $\int_0^1 \dots \int_0^1 \bar{\rho}(s_1,\dots,s_n)ds_1\dots ds_n = 1$.

Теорема. *Пусть $L^{ij}(t)$, $i,j = 1\dots p$, — непрерывные справа функции ограниченной вариации, $f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^p$ — функция, удовлетворяющая условию Липшица, $Y_n(t)$ — решение задачи Коши (2) и*

$$\sup_{t\in[0,h_n)} \left\|Y_n^0(t) - Y_0\right\| \underset{\substack{n\to\infty \\ h_n\to 0}}{\longrightarrow} 0.$$

Тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$ так, что $h_n = o(\gamma^{ij}(n))$ или $1/\gamma^{ij}(n) = o(h_n)$ для всех $i,j = 1\dots p$, $\int_T \|Y_n(t) - Y(t)\|\,dt \to 0$, где $Y(t)$ — решение системы

$$Y(t) = Y_0 + \int_0^t d^cL(s)f(Y(s)) + \sum_{\mu_l\leqslant t} (\phi_l(Y(\mu_l-),1) - \phi_l(Y(\mu_l-),0)),$$

а $\phi_l(Y(\mu_l-),u)$ — решение вспомогательной системы уравнений

$$\phi_l(Y(\mu_l-),u) = Y(\mu_l-) + \int_{(0;u]} d\eta(s)f(\phi_l(Y(\mu_l-),s-)).$$

Здесь ${}^cL(t)$ — непрерывная составляющая матрично-значной функции $L(t)$, μ_l — точки разрыва функции $L(t)$, $\Delta L(\mu_l) = L(\mu_l) - L(\mu_l-)$, $\eta(s) = (\eta^{ij}(s))$, где $\eta^{ij}(s) = = \Delta L^{ij}(\mu_l)s$, если $h_n = o(1/\gamma^{ij}(n))$ или $\eta^{ij}(s) = \Delta L^{ij}(\mu_l)H(s-1)$, если $1/\gamma^{ij}(n) = = o(h_n)$, $H(s)$ — функция Хевисайда, $i,j = 1\dots p$.

Литература. 1. Ковальчук А.Н., Новохрост В.Г., Яблонский О.Л. // Изв. вузов. Математика. 2005. №3. С. 23–31.