О ПРИБЛИЖЕНИИ МНОГОМЕРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А. И. Жук (Брест, Беларусь)

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(x(t))\dot{L}^j(t) \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где f^{ij}, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,q}$ — некоторые функции, удовлетворяющие условию Липшица, $x(t) = [x^1(t), \ldots, x^p(t)]$, а $L^i(t), i = \overline{1,q}$ —

функции ограниченной вариации на отрезке T. Аналогичное уравнение в одномерном случае было рассмотрено в [1].

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t+h_n)-x_n^i(t)=\sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(x_n(t))[L_n^j(t+h_n)-L_n^j(t)] \tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)}=x_{n0}(t)$. Здесь $L_n(t)=(L*\rho_n)(t)=\int_0^{1/n}L(t+s)\times\rho_n(s)\,ds$, где $\rho_n(t)=n\rho(nt)$, $\rho\in C^\infty(R)$, $\rho\geqslant 0$, $\operatorname{supp}(\rho)\subseteq[0,1]$, $\int_0^1\rho(s)\,ds=1$, а $f_n=f*\widetilde{\rho}_n$, с $\widetilde{\rho}_n(x_1,x_2,\ldots,x_p)=n^p\widetilde{\rho}(nx_1,nx_2,\ldots,nx_p)$, $\widetilde{\rho}\in C^\infty(R^p)$, $\widetilde{\rho}\geqslant 0$, $\int_{[0;1]^p}\widetilde{\rho}(x_1,\ldots,x_p)\,dx_1\ldots dx_p=1$, $\operatorname{supp}\widetilde{\rho}_n\subseteq[0,1]^p$.

Пусть $t\in T$ — произвольная точка. Тогда $t=\tau_t+m_th_n$, где $\tau_t\in[0,h_n)$ и $m_t\in\mathbb{N}$. Кроме того, для всех $i=\overline{1,p}$

$$x_n^i(t)=x_{n0}^i+\sum_{j=1}^{q}\sum_{k=0}^{m_t-1} f_n^{ij}(x_n(\tau_t+kh_n))[L_n^j(\tau_t+(k+1)h_n)-L_n^j(\tau_t+kh_n)].$$

Для описания предельного поведения задачи (2) рассмотрим интегральное уравнение

$$x^i(t)=x_0^i+\sum_{j=1}^{q}\int_0^t f^{ij}(x(s))\,dL^{jc}(s)+\sum_{\mu_r\leqslant t}S^i(x(\mu_r-0),\quad \Delta L(\mu_r)),\quad i=\overline{1,p}, \tag{3}$$

где $L^{jc}(t)$ — непрерывная, а $L^{jd}(t)$ — разрывная составляющие функции $L^j(t)$, μ_r — точки разрыва функции $L(t)$, $\Delta L(\mu_r)=L^d(\mu_r+0)-L^d(\mu_r-0)$ — величина скачка, $S^i(x,u)=\varphi^i(1,x,u)-\varphi^i(0,x,u)$, а функция $\varphi^i(t,x,u)$ находится из системы уравнений $\varphi^i(t,x,u)=x^i+\sum_{j=1}^q u^j\int_0^t f^{ij}(\varphi(s,x,u))\,ds$, $i=\overline{1,p}$.

Теорема. *Пусть функции f^{ij} $i=\overline{1,p}$, $j=\overline{1,q}$ удовлетворяют условию Липшица и ограничены. Тогда при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ так, что $h_n=o(1/n)$, решение $x_n(t)$ задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) для всех $t\in T$, если $|x_{n0}(\tau_t)-x_0|\to 0$ для любого $t\in T$.*

Литература. 1. Ковальчук А.Н., Новохрост В.Г., Яблонский О.Л. // Изв. ВУЗов. 2005. №. 3. С. 23–31.