

О РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОДНОЙ ИЗ ЗАДАЧ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГИДРОЛОГИИ

А. А. Волчек, Л. П. Махнист, В. С. Рубанов (Брест, Беларусь)

В работе рассматривается модель процесса многолетних колебаний речного стока, представленная в виде системы дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{d^2\theta_1}{d\xi^2} - \xi \frac{d\theta_1}{d\xi} = -1, \quad \frac{d^2\theta_2}{d\xi^2} - \xi \frac{d\theta_2}{d\xi} = -2\theta_1 \quad (1)$$

с начальными условиями $d\theta_i(\infty)/d\xi = 0$, $\theta_i(\xi_*) = 0$, $i = \overline{1, 2}$.

Эта модель, широко используемая в стохастической гидрологии, получена на основе уравнения Фоккера — Планка, при некоторых условиях на переходную функцию плотности вероятности. Для решения системы (1) использовались численные методы, например, в [1, 2]. В данной работе получено решение системы (1), записанное в виде степенных рядов:

$$\theta_1(\xi) = S_1(\xi) - S_1(\xi_*), \quad \theta_2(\xi) = 2(S_2(\xi) - S_2(\xi_*) - S_1(\xi_*)\theta_1(\xi)),$$

где

$$S_1(\xi) = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\{\frac{k}{2}\}} \frac{(-1)^{k-1} \xi^k}{(k-1)!!k}, \quad (2)$$

$$S_2(\xi) = 2 \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\{\frac{k}{2}\}} \left(\ln \left(2 - 2^{\{\frac{k-1}{2}\}} \right) - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} \frac{1}{m - \{\frac{k}{2}\}} \right) \frac{(-1)^{k-1} \xi^k}{(k-1)!!k}, \quad (3)$$

а $[t]$ и $\{t\}$ — целая и дробная часть числа соответственно. Степенной ряд (2) получен в [3]. Предлагаемая в [3] методика решения уравнений вида (1) обобщена на более широкий класс уравнений такого типа, для чего были исследованы функции специального вида, связанные соотношениями с интегралами Эйлера первого и второго рода и неполной гамма-функцией. В данной работе также исследована сходимость рядов (2), (3). Получены условия для вычисления их значений с заданной точностью для решения ряда прикладных задач.

Литература. 1. Найденов В.И., Швейкина В.И. // Водные ресурсы. 2002. Т. 29, № 1. С. 62–67. 2. Волчек А.А., Парфомук С.И. // Вестн. БрГТУ. Физика, математика, информатика. 2006. № 5. С. 56–60. 3. Волчек А.А., Гладкий И.И., Махнист Л.П., Парфомук С.И. // Вестн. БрГТУ. Физика, математика, информатика. 2008. № 5 С. 83–87.