ТЕОРЕМА О ЗАВИСИМОСТИ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ И ПРАВЫХ ЧАСТЕЙ

М. М. Васьковский, Я. Б. Задворный (Минск, Беларусь)

Рассмотрим стохастическое эволюционное функциональное уравнение

$$dX(t) = AX(t)dt + f(t, X_t)dt + g(t, X_t)dW(t), \quad t \in [0,T], \quad X \in H, \tag{1}$$

где H — сепарабельное гильбертово пространство, A — генератор компактной полугруппы $S(\cdot)$ на H, $X_t = \{X(t+\tau) \mid -h \leqslant \tau \leqslant 0\} \in C_h = C([-h,0],H)$, $h \geqslant 0$ — время запаздывания, функции $f : [0,T] \times C_h \to H$, $g : [0,T] \times C_h \to L_2(U,H)$ измеримы по Борелю, $W(t)$ — Q-броуновское движение со значениями в сепарабельном гильбертовом пространстве U, Q — симметрический положительно определенный оператор на U, $Tr(Q) < \infty$, $L_2(U,H)$ — пространство операторов Гильберта — Шмидта $B : U \to \to H$.

Построим многозначные отображения

$$F(t,\varphi) = \bigcap_{\delta>0} \overline{\mathrm{co}}\,[f(t,[\varphi]_\delta)]_\delta, \quad G(t,\varphi) = \bigcap_{\delta>0} \overline{\mathrm{co}}\,[g(t,[\varphi]_\delta)]_\delta, \quad (t,\varphi) \in [0,T] \times C_h.$$

Под β*-мартингальным решением* уравнения (1) понимаем мартингальное решение стохастического эволюционного включения $dX(t) \in AX(t)dt + F(t,X_t)dt + +G(t,X_t)dW(t)$. Будем говорить, что функция $h(t,\varphi)$, $(t,\varphi) \in [0,T] \times C_h$, имеет *линейный порядок роста*, если существует постоянная L, такая, что $\|h(t,\varphi)\| \leqslant \leqslant L(1 + \|\varphi\|)$ для любых $t \in [0,T]$, $\varphi \in C_h$.

Через $\mathcal{P}$ обозначим множество всех вероятностей на $(C_h, \mathcal{B}(C_h))$, через d — метрику Леви — Прохорова на $\mathcal{P}$.

Теорема. *Пусть отображения $f(t,\varphi)$, $g(t,\varphi)$ измеримы по Борелю и имеют линейный порядок роста, при каждом $t \in (0,T]$ оператор $S(t)$ компактен, ν — вероятность на $(C_h, \mathcal{B}(C_h))$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$, что для любых измеримых по Борелю отображений $f^*(t,\varphi)$, $g^*(t,\varphi)$, для которых $\|f(t,\varphi) - f^*(t,\varphi)\| + \|g(t,\varphi) - g^*(t,\varphi)\| \leqslant \delta$ для всех $(t,\varphi) \in [0,T] \times C_h$, для любой вероятности $\nu^* \in \mathcal{P}$, для которой $d(\nu,\nu^*) \leqslant \delta$, для любого β-мартингального решения $X^*(t)$ уравнения $dX(t) = AX(t)dt + f^*(t,X_t)dt + g^*(t,X_t)dW(t)$ с начальным распределением ν^* существует β-мартингальное решение $X(t)$ уравнения (1) с начальным распределением ν такое, что $d(P^{X_s}, P^{X_s^*}) \leqslant \varepsilon$ для любого $s \in [0,T]$.*