ПРЕДЕЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОНЕЧНЫХ СУММ ЭЛЕМЕНТОВ АЛГЕБРЫ ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ АССОЦИИРУЮЩИХ НЕПРЕРЫВНЫЕ МАРТИНГАЛЫ

Бедюк Н.В., Яблонский О.Л. (г.Минск, Беларусь)

При исследовании стохастических дифференциальных уравнений вида

$$dX(t) = f(t, X(t))dM(t), \quad t \in T,$$

где M — некоторый случайный процесс, в алгебре обобщенных случайных процессов возникает задача изучения предельного поведения сумм вида

$$\sum_{k=0}^{m-1} f_n(t_k, M_n(t_k))(M_n(t_{k+1}) - M_n(t_k)). \tag{1}$$

Здесь f_n и M_n свертки функции f и случайного процесса M с дельтаобразными последовательностями, т.е. $f_n(t,x) = \int_0^{1/n}\int_0^{1/n} f(t+s, x+y)\rho_n^2(s,y)dsdy$ и $M_n(t) = \int_0^{1/n} M(t+s)\rho_n^1(s)ds$, где $\rho_n^i \in D(\mathbb{R}^i)$, $\rho_n^i \geqslant 0$, $\operatorname{supp}\rho_n^i \subset [0,1/n]^i$, $\int_{[0,1/n]^i}\rho_n^i(s)ds = 1$. Положим $h = \max|t_{k+1} - t_k|$.

Отметим, что в работе [1] такое исследование проведено в случае, когда M — процесс броуновского движения.

Введем меру на борелевской сигма-алгебре отрезка T

$$\mu_{nh}(A) = \sum_{k=1}^{m_t-1} \mathbf{1}_A(t_k) \int\limits_{t_k}^{t_{k+1}+1/n} [F_n(s-t_{k+1}) - F_n(s-t_k)]^2 \,\mathrm{d}\langle M\rangle(s).$$

Следующая теорема описывает пределы сумм (1).

Теорема. *Пусть мера μ_{nh} слабо сходится к мере μ при $n\to\infty$, $h\to 0$, тогда для всех $t\in T$*

$$\sum_{k=0}^{m_t-1} f(M_n(t_k))(M_n(t_{k+1}) - M_n(t_k)) \to \int\limits_0^t f(M(s))\mathrm{d}M(s) + \int\limits_0^t f'(M(s))\mu(\mathrm{d}s)$$

по вероятности.

Литература. 1. Lazakovich N.V., Yablonski A.L. // Stochastics and Stochastics reports. 2004. Vol. 7, no. 6(2). P. 135–145.