

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

АПРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА РЕШЕНИЯМИ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОЙ ЗАДАЧИ С ОСРЕДНЕНИЕМ

Т. С. Автушко, Ю. А. Пикман (Минск, Беларусь)

Рассматривается граничная задача

$$Y''(t) + \sigma'(t)Y(t) = 0, \quad Y(0) = c_1, \quad Y(a) = c_2, \quad (1)$$

где $t \in T = [0, a]$, $Y: T \rightarrow \mathbb{R}$ — неизвестная функция, σ' — обобщенная производная непрерывной справа функции ограниченной вариации. Задаче (1) ставится в соответствие конечно-разностная задача с осреднением в алгебре мнемофункций

$$X_n^2(t + h_n) - X_n^2(t) = -X_n^1(t)(\sigma_n(t + h_n) - \sigma_n(t)), \quad X_n^1(t + h_n) - X_n^1(t) = X_n^2(t)h_n, \\ X_n^1(t)|_{[0, h_n)} = X_{n,0}^1(t), \quad X_n^1(t)|_{[a-h_n, a]} = X_{n,a}^1(t). \quad (2)$$

Здесь $\sigma_n(t) = \int_0^{1/n} \sigma(t+s)\rho_n(s)ds$ — свертка со «стандартной шапочкой», т. е. $\text{supp}(\rho_n) \in [0, 1/n]$, $\forall n \in \mathbb{N}$: $\int_0^{1/n} \rho_n(s)ds = 1$, $\rho_n(t) = n\rho(nt)$; $\text{supp}(\rho) \in [0, 1]$, $\int_0^1 \rho(s)ds = 1$. Под решением задачи (1) будем понимать решение системы (2).

Теорема. *Если функция σ монотонно убывает на множестве $T = [0, a]$, то система (2) имеет единственное решение, которое сходится в $L^1(T)$ к решению интегрального уравнения*

$$Y(t) = c_1 + Ka^{-1}t - \int_0^t (t-s)Y(s)d\sigma(s), \quad K = c_2 - c_1 + \int_0^a (a-s)Y(s)d\sigma(s).$$

Литература. 1. Егоров Ю.В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер.1. Математика, механика. 1990. №2. С. 96–99. 2. Лазакович Н.В. // Докл. НАН Беларуси. 1994. Т. 38, №5. С. 3–40. 3. Аткинсон Ф.В. Дискретные и непрерывные граничные задачи. М.: Мир, 1968.