О СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА В ОДНОМ ВЫРОЖДЕННОМ СЛУЧАЕ

А. А. Якименко (Минск, Беларусь)

Рассмотрим следующую двумерную линейную стационарную систему нейтрального типа

$$\dot{x}_1(t) = \beta_0 x_1(t) + \beta_1 x_1(t-h) + \beta_2 \dot{x}_1(t-h) + \gamma_0 x_2(t) + x_2(t-h),$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= a_{10} x_1(t) + a_{11} x_1(t-h) + a_{12} \dot{x}_1(t-h) + \\ &+ a_{20} x_2(t) + a_{21} x_2(t-h) + a_{22} \dot{x}_2(t-h) + u(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $t > 0$, $h > 0$ постоянное запаздывание. Присоединим к системе (1) дифференциально-разностные регуляторы вида

$$u(t) = q_{00}' x(t) + \sum_{i=0}^{L} \sum_{j=1}^{M} q'_{ij} x^{(i)}(t - jh). \tag{2}$$

Поскольку в правой части первого уравнения системы (1) отсутствует $\dot{x}_2(t-h)$, то в этом смысле ее можно считать вырожденной. Возможны два случая.

1. $\beta_2\gamma_0 + 1 = 0$. Если $\beta_0 - \beta_1\gamma_0 \neq 0$, то система (1) модально управляема и, следовательно, стабилизируема. Если $\beta_0 - \beta_1\gamma_0 = 0$, то при условии $|\beta_2| < 1$ система (1) стабилизируема следующим регулятором вида (2):

$$u(t) = \begin{bmatrix} \beta_2 + \beta_1\beta_2^{-1}(\beta_1 - \beta_2) - a_{10} \\ \beta_1\beta_2^{-1}(\beta_1 - \beta_2) - a_{20} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{11} \\ -a_{21} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_2(t-h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{12} \\ -a_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t-h) \\ \dot{x}_2(t-h) \end{bmatrix}.$$

2. $\beta_2\gamma_0 + 1 \neq 0$. Если $\delta_1 = \gamma_0 + e^{-\xi h} \neq 0$, где $\xi = (\beta_0 - \beta_1\gamma_0)/(1 + \beta_2\gamma_0)$, то система (1) модально управляема и, следовательно, стабилизируема. При $\delta_1 = \gamma_0 + e^{-\xi h} = 0$ система (1) стабилизируема тогда и только тогда, когда $\xi = (\beta_0 - \beta_1\gamma_0)/(1 + \beta_2\gamma_0) < 0$. Стабилизирующий регулятор имеет вид:

$$u(t) = \begin{bmatrix} -\left(\dfrac{\beta_0^2\beta_2 + \beta_0(\beta_1 + \beta_2) + \beta_1}{\beta_2\gamma_0 + 1} + a_{10}\right) \\ -\left(\dfrac{\beta_0\beta_2\gamma_0 + \beta_1\gamma_0 + \beta_2\gamma_0 + 1}{\beta_2\gamma_0 + 1} + a_{20}\right) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -\left(\dfrac{\beta_1(\beta_0\beta_2 + \beta_1 + \beta_2)}{\beta_2\gamma_0 + 1} + a_{11}\right) \\ -\left(\dfrac{\beta_0\beta_2 + \beta_1 + \beta_2}{\beta_2\gamma_0 + 1} + a_{21}\right) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} x_1(t-h) \\ x_2(t-h) \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} -\left(\dfrac{\beta_2\left(\beta_0\beta_2+2\beta_1+\beta_2\right)}{\beta_2\gamma_0+1}+a_{12}\right) \\ -\left(\dfrac{\beta_2}{\beta_2\gamma_0+1}+a_{22}\right) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \dot{x}_1\left(t-h\right) \\ \dot{x}_2\left(t-h\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dfrac{\beta_2^2}{\beta_2\gamma_0+1} \\ 0 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \ddot{x}_1\left(t-h\right) \\ \ddot{x}_2\left(t-h\right) \end{bmatrix}.$$