

СВОЙСТВО КОНТИНУУМ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ ПФАФФА В СЛУЧАЕ ДВУМЕРНОГО УПРАВЛЕНИЯ

O. B. Храмцов (Витебск, Беларусь)

Рассматривается процесс, описываемый вполне интегрируемой [1] системой Пфаффа

$$\Theta : dx = (A_1x + B_1u(s))ds_1 + (A_2x + B_2u(s))ds_2, \quad u \in R^2, \quad s \in R^2. \quad (1)$$

В работе [2] рассматривалась двух точечная управляемость.

Определение 1. Система (1) называется вполне континуум управляемой, если для любого состояния $x^0 \in R^n$ и любой аналитической ограниченной функции ϕ существует интервал I , момент s_2^0 и непрерывно дифференцируемое управление $u = u(s, x^0, \phi)$ такие, что для некоторого решения системы (1) выполняются условия

$$x(s^0) = x^0, \quad x(s_1, s_2^0) = \phi(s_1), \quad s_1 \in I = (a, b) \quad (2)$$

Рассмотрим системы (1) класса Θ_1 , то есть такие, что [2]

$$\exists \alpha \in R^1 : \quad \text{rank}[B_1, B_2] = \text{rank}[B_1, B_2, P] = \text{rank}[\alpha B_1 + (1 - \alpha)B_2] = m \leq r.$$

К классу Θ_{11} отнесем те системы Пфаффа Θ_1 , для которых $m = 2$.

Предложение. Система Пфаффа класса Θ_{11} в случае $m = 2$ не является континуум управляемой ни при каких условиях.

К классу Θ_{12} относятся те системы Пфаффа Θ_1 , для которых $m < r = 2$, следовательно, $m = 1$. Тогда каждый из векторов матриц B_i , $i = 1, 2$, выражается через один вектор b .

Теорема 1. Система Пфаффа (1) класса Θ_{12} в случае $r = 2$ и $m = 1$ вполне континуум управлена тогда и только тогда, когда

$$\exists \alpha \in R^1 : \quad \text{rank}[b, A(\alpha)b, \dots, A^{n-1}(\alpha)b] = n, \quad A(\alpha) = \alpha A_1 + A_2. \quad (3)$$

Определение 2. Система (1) называется вполне максимально управляемой, если для любых состояний $x^0, x^1 \in R^n$ и любой аналитической ограниченной функции ϕ существует точка $s^1 = (s_1^1, s_2^1)$, момент s_2^0 , интервал $I = (a, b)$ и непрерывно

дифференцируемое управление $u = u(s, x^0, x^1, \phi)$ такие, что для некоторого решения системы (1) выполняются условия (2) и $x(s^1) = x^1$.

Теорема 2. Система Пфайффа (1) класса Θ_{12} в случае $r = 2$ и $m = 1$ вполне максимально управляема, тогда и только тогда, когда выполняется условие (3).

Литература. 1. Гайшун И.В. Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения. Мин., 1983. 2. Храмцов О.В. //Дифференц. уравнения. 1985. Т. 21, № 11. С. 1933–1939.