КРИТИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ РЕГУЛЯТОРА ПОЛНОГО УСПОКОЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В. В. Карпук, А. В. Метельский (Минск, Беларусь)

Дана линейная автономная дифференциально-разностная система

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{m} A_i \lambda^i x(t) + bu(t), \quad t > 0, \quad x(t) = \eta(t), \quad t \in [-mh, 0]. \tag{1}$$

Здесь x — n-вектор-столбец решения уравнения (1), $n \geqslant 2$; $\lambda^i x(t) = x(t - ih)$, $i = \overline{0, m}$, $m \geqslant 1$; A_i — постоянные $n \times n$-матрицы; b — постоянный n-вектор; $0 < h$ — постоянное запаздывание; начальная функция η кусочно-непрерывна; u — скалярное управление. Не ограничивая общности, считаем [1], что в (1) $b = e_N = [0; \ldots; 0; 1]'$.

Пусть система (1) полностью управляема и ее замыкание регулятором запаздывающего типа — однородная система с матрицей $\tilde{A}(\lambda)$:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}(\lambda) + e_N \left[f_1(\lambda) + \alpha_N(\lambda), \ldots, f_N(\lambda) + \alpha_1(\lambda)\right] S^{-1}(\lambda) & e_N a_1(\lambda) \\ \left[g_1(\lambda), \ldots, g_N(\lambda)\right] S^{-1}(\lambda) & a_2(\lambda) \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Здесь $\bar{A}(\lambda), S(\lambda)$ — известные полиномиальные матрицы, $\alpha_1(\lambda), \ldots, \alpha_N(\lambda)$ — известные полиномы; $a_i(\lambda)$, $i = 1, 2$, $f_i(\lambda)$, $g_i(\lambda)$, $i = \overline{1, N}$, — искомые полиномы. Искомые полиномы подберем такими, чтобы в замкнутой системе обнулились первые n переменных $x_i(t) \equiv 0$, $t \geqslant Nm_1h$, $i = \overline{1,n}$. Это и будет означать полное успокоение исходной системы (1). Соответствующий регулятор будем называть регулятором полного успокоения.

Пусть $d(p) = |pE - \widetilde{A}(e^{-ph})|$ — характеристический квазиполином замкнутой системы с матрицей (2).

Теорема. *Для полного успокоения системы* (1) *достаточно, чтобы:*

1) $d(p) = (p - p_1)(p - p_2)\ldots(p - p_{N+1})$ *— некоторый полином;*

2) $a_1(e^{-ph})/d(p)$, $(p - a_2(e^{-ph}))/d(p)$ *— целые функции;*

3) $[f_1(\lambda) + \alpha_N(\lambda), \ldots, f_N(\lambda) + \alpha_1(\lambda)]S^{-1}(\lambda)$, $[g_1(\lambda), \ldots, g_N(\lambda)]\, S^{-1}(\lambda)$ *— векторные полиномы.*

Возможен критический случай [1], когда среди корней полинома $d(p)$ имеются инвариантные сопряженные числа $p_0, \bar{p}_0$ такие, что $\mathrm{Im}(e^{-p_0h}) = 0$. Тогда второе из условий 2) выполнить невозможно. Для преодоления такой ситуации предлагаются два подхода. Первый — связан с увеличением порядка матрицы (2) замкнутой системы, второй — с использованием в регуляторе дробных запаздываний: h/k, k — натуральное число.

Литература. 1. В.В. Карпук, А.В. Метельский // Известия РАН. Теория и системы управления, 2009. № 6. С. 19–28.