

КРИТЕРИИ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В. В. Дижусар, Н. В. Зубов, В. И. Косюг (Москва, Россия)

Для линейных нестационарных дискретных управляемых систем получены критерии полной управляемости. Вначале рассмотрена нестационарная дискретная система со скалярным управлением

$$X_{k+1} = P_k X_k + B u_k + F_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^\top, \quad (1)$$

где $P_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ и $F_k \in \mathbb{R}^n$, $k = 0, 1, 2, \dots$, — вещественные, постоянные матрицы размеров $n \times n$ и $n \times 1$, $B \in \mathbb{R}^n$ — вещественный постоянный вектор размера $n \times 1$, а u_k , $k = 0, 1, 2, \dots$, — управляющие воздействия (вещественные величины).

Теорема 1. *Для того, чтобы система (1) была полностью управляемой, необходимо и достаточно, чтобы матрица $A(N) = D(N)D^\top(N)$ была положительно определенной ($A(N) > 0$). Здесь матрица $D(N)$ размера $n \times N$ имеет вид:*

$$D(N) = \left\{ \begin{array}{c} N-1 \\ \prod_{i=1} P_i B, \prod_{i=2}^{N-1} P_i B, \dots, P_{N-1} B, B \end{array} \right\}.$$

При этом все множество программных управлений для рассматриваемой задачи можно выписать в явном виде.

Рассмотрим случай нескольких управлений. Будем считать, что $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ — вещественная постоянная матрица размера $n \times m$, а $U_k = (u_{k1}, u_{k2}, \dots, u_{km})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, управляющие воздействия (вещественные векторы).

Теорема 2. Для того, чтобы система (1) была полностью управляемой, необходимо и достаточно, чтобы матрица $\hat{A}(N) = \hat{D}(N)\hat{D}^T(N)$ была положительно определенной ($A(N) > 0$). Здесь матрица $D(N)$ размера $n \times (mN)$, столбцы которой имеют вид:

$$\prod_{k=i}^{N-1} P_k B_j, B_j, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

При этом все множество программных управлений для рассматриваемой задачи можно выписать в явном виде.

Полученные результаты легко обобщить на случай, когда сама система управления является нестационарной.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, коды проектов 10-08-00624, 10-07-00286.

Литература. 1. Дикусар В.В., Зубов А.В., Зубов Н.В. // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. №4. С.13–17.