

СТРУКТУРНАЯ МИНИМИЗАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В. В. Дижусар, Н. В. Зубов, В. И. Косюг (Москва, Россия)

Решена задача поиска минимального числа p управляющих воздействий, при которых открытая дискретная система

$$X_{k+1} = AX_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T, \quad (1)$$

может быть сделана полностью управляемой, путем выбора соответствующей матрицы $B = \{B_1, \dots, B_p\}$ полного ранга, т. е. задача минимизации структуры дискретной системы управления, при которой замкнутая система

$$X_{k+1} = AX_k + BU_k + F_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

будет полностью управляемой. Здесь A и $B = \{B_1, \dots, B_p\}$ — постоянные матрицы размеров $n \times n$ и $n \times p$; $U = (u_1, \dots, u_p)^T$ — вектор управлений $u_i = \text{const}$, F_k — вектор возмущений.

Не ограничивая общности под полной управляемостью системы (2) будем понимать то, что для любого начального положения X_0 и конечного положения X_n системы (2) можно построить дискретное управление (векторы U_0, U_1, \dots, U_{n-1}), переводящее систему (2) из этого начального положения в конечное.

Теорема 1. *Если максимальная геометрическая кратность собственных чисел матрицы A равна p , то всегда можно выбрать p линейно независимых вещественных векторов B_1, \dots, B_p , являющихся столбцами матрицы B так, что система (2) будет полностью управляемой.*

Теорема 2. *Если максимальная геометрическая кратность собственных чисел матрицы A равна p , а ранг матрицы B меньше p , то система (2) не является полностью управляемой.*

Следствие. Если характеристический многочлен матрицы A совпадает с ее минимальным многочленом, то система (1) может быть сделана полностью управляемой с помощью скалярного управления [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, коды проектов 10-08-00624, 10-07-00286.

Литература. 1. Дикусар В.В., Зубов А.В., Зубов Н.В. // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 4. С. 13–17.