ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ

Е. А. Титова (Санкт-Петербург, Россия)

Рассматривается уравнение

$$\ddot{x} + p(x)\dot{x} + q(x) = 0, \tag{1}$$

где $p(x) = p_+$, $q(x) = q_+x - a_+$ при $x > 0$, $p(x) = p_-$, $q(x) = q_-x - a_-$ при $x < < 0$. Описываются бифуркации уравнения (1), связанные с выходом точек покоя в положение $x = 0$. Доказана следующая теорема, уточняющая основной результат статьи [1] (см. также [2]).

Теорема 1. *Для любого $m \in \mathbb{N}$ существует система* (1), *соответствующая $n = 1$, имеющая два положения равновесия типа седло и m периодических решений.*

Пусть T — большой параметр, $\theta \in (0,1)$. Рассматривается система

$$\ddot{x} + p(t,x)\dot{x} + q(t,x)x = f(t). \tag{2}$$

Здесь $p(t,x)$, $q(t,x)$, $f(t)$ — периодические функции периода T, заданные на периоде $[0,T)$ формулами $p(t,x) = p_{1,\pm}$, $q(t,x) = q_{1,\pm}$ при $t < \theta T$, $\operatorname{sign} x = \pm 1$; $p(t,x) = p_{2,\pm}$, $q(t,x) = q_{2,\pm}$ при $t > \theta T$, $\operatorname{sign} x = \pm 1$; $f(t) = a_1$ при $t < \theta T$ и $f(t) = a_2$ при $t > \theta T$.

Теорема 2. *Существует такое $T_0 > 0$, что для любого $T > T_0$ найдутся открытые области Θ_1 (будем говорить, что им соответствуют системы 1 рода) и Θ_2 (системы 2 рода) параметров рассматриваемой системы, что любая система первого рода имеет гиперболическое хаотическое инвариантное множество, а любая система 2 рода имеет бесконечно много периодических решений, замыкание которых не является равномерно гиперболическим* [4].

Доказательство первой части этой теоремы строится на основе методов, использованных в работе [3], а второй части — на основе методов статьи [4].

Литература. 1. Llibre J., Ponce E., Zhang Xiang // Nonlinear Anal. 2003. Vol. 54, no. 5. P. 977–994. **2.** Dumortier F., Panazzolo D., Roussarie R. // Proc. Amer. Math. Soc. 2007. Vol. 135, no. 6. P. 895–1904. **3.** Крыжевич С.Г., Плисс В.А.// Прикл. матем. и мех. 2005. Т. 69, вып. 1. С. 15–29. **4.** Young L.-S. // Ergodic Theory Dynam. Systems. 1997. Vol. 17, no. 2. P. 483–504.