

ЦЕНТРЫ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

A. П. Садовский, A. A. Кушнер (Минск, Беларусь)

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида:

$$x' = y(1 + Dx + Px^2 + Fx^3),$$

$$y' = -x + Ax^2 + 3Bxy + Cy^2 + Kx^3 + 3Lx^2y + Mxy^2 + Ny^3 + Rx^4 + 3Sx^3y + Wx^2y^2 + Vxy^3, \quad (1)$$

где $A, B, C, D, F, K, L, M, N, P, R, S, W, V \in \mathbb{C}$.

Замена $y = \frac{(1 - Ax - Kx^2 - Rx^3)Y}{1 + (B + Lx + Sx^2)Y}$ и замена времени преобразуют систему (1) к уравнению

$$yP_0(x)y' = -x + P_2(x)y^2 + P_3(x)y^3, \quad (2)$$

где $Q'(x)P_0(x) + 3Q(x)P_2(x) = xR(x)$, $3R'(x)Q(x) - 5R(x)Q(x) = xS(x)$, $P_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^4 c_k x^k$, $P_2(x) = \sum_{k=0}^5 a_k x^k$, $P_3(x) = \sum_{k=0}^7 b_k x^k$, $Q(x)$, $R(x)$, $S(x)$ — полиномы.

Теорема. Пусть V — многообразие центра уравнения (2). Тогда имеет место следующее включение:

$$\bigcup_{k=1}^5 \mathbb{V}(I_k) \subset V,$$

$$\text{где } I_1 = \langle a_0, a_2, a_4, b_0, b_2, b_4, b_6, b_7, c_1, c_3, c_5 \rangle,$$

$$I_2 = \langle a_0, a_2, a_5, 3a_4 + 2a_3c_1, b_0, b_2, 3b_4 + 2b_3c_1, 3b_6 + 4b_5c_1, 9b_7 - 4b_5c_1^2, 3c_5 - 4c_1^3(c_2 + 2c_1^2), 3c_3 - c_1(c_2 + 2c_1^2), 3c_4 + 8c_1^2(c_2 + 2c_1^2)c_6 \rangle,$$

$$I_3 = \langle b_0, b_2 + 3a_0b_1, 2a_2 + 2a_0(2a_1 - c_2) + 15a_0^3, a_4 + a_0(c_4 - a_3) + a_0^3(a_1 - 3c_2 - 15a_0^2), b_6 + a_0(b_5 + a_0^2(3a_0^2b_1 - b_3)), 64b_7 - a_0^2(16b_5 - a_0^2(61a_0^2b_1 - 20b_3)), b_4 + a_0(b_3 - 5a_0^2b_1), 2c_1 + 7a_0, 4c_3 + 5a_0(2c_2 - 7a_0^2), 2c_5 + a_0(3c_4 - a_0^2(5c_2 - 21a_0^2)), 4c_6 - a_0^2(2c_4 - a_0^2(17a_0^2 - 4c_2)) \rangle,$$

$$I_4 = \langle b_0, b_2 + 3a_0b_1, 48b_6 + a_0(16b_5 - a_0^2(4b_3 - 9a_0^2b_1)), 576b_7 - a_0^2(16b_5 + a_0^2(4b_3 - 9a_0^2b_1)), 12b_4 - 5a_0(4b_3 - 9a_0^2b_1), 3c_5 - a_0^3(11a_0^2 - 2c_2), 48c_4 + a_0^2(545a_0^2 - 104c_2), 32c_6 + a_0^4(11a_0^2 - 2c_2), 3c_3 - a_0(35a_0^2 - 8c_2), 4a_2 + 4a_0(2a_1 - c_2) + 35a_0^3, 72a_4 + 2a_0^3(13c_2 - 18a_1) + a_0(48a_3 - 215a_0^4), 144a_5 + a_0^4(9a_1 - 8c_2) + 2a_0^2(31a_0^4 - 6a_3), c_1 + 4a_0 \rangle,$$

$$I_5 = \langle b_0, b_2 + 3a_0b_1, 96b_6 + a_0(128b_5 + a_0^2(513a_0^2b_1 - 164b_3)), 576b_7 - a_0^2(256b_5 - a_0^2(400b_3 - 1269a_0^2b_1)), 24b_4 - a_0(135a_0^2b_1 - 52b_3), 384c_5 - a_0^3(1333a_0^2 - 328c_2), 4c_1 + 13a_0, 96c_3 - a_0(715a_0^2 - 232c_2), 128c_6 + a_0^4(67a_0^4 - 16c_2), 8a_2 - 8a_0(2a_1 - c_2) + 55a_0^3, 288a_4 + 8a_0^3(37c_2 - 45a_1) + a_0(336a_3 - 1865a_0^4), 48c_4 + a_0^2(395a_0^2 - 104c_2), 144a_5 + a_0^4(63a_1 - 56c_2) + a_0^2(347a_0^4 - 48a_3) \rangle.$$