

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ПРИ ВОЗМУЩЕНИИ КВАДРАТИЧНОЙ ГАМИЛЬТОНОВОЙ СИСТЕМЫ

O. Н. Малышева (Минск, Беларусь)

Рассмотрим возмущенную гамильтонову квадратичную систему

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 1 + xy, \\ \frac{dy}{dt} &= a_{10}(x - 1) + a_{20}(x^2 - 1) + \varepsilon a_{01}(y + 1) + \varepsilon a_{11}(xy + 1) + \left(-\frac{1}{2} + \nu\varepsilon\right)(y^2 - 1), \end{aligned} \quad (1)$$

$0 < \varepsilon \ll 1$ — малый параметр, $a_{20} \neq 0$, $x_0 \neq 0$, $a_{10} = -a_{20}(x_0 + 1) - \varepsilon a_{01}x_0^{-1} + (-1/2 + \nu\varepsilon)(x_0 + 1)x_0^{-2}$, $u \equiv (x_0 + 1)^2 + 8a_{20}x_0^3 \neq 0$. Обозначим $V_1 = (x_0 - 1)(a_{20} - x_0^{-1} - x_0^{-2}/2)$, $V_2 = (x_0 - 1)(-a_{20}x_0^3 - 1 - x_0/2)$.

Система (1) имеет при $\varepsilon = 0$, $V_1 < 0$, $V_2 > 0$ один центр $A(1, -1)$ и седло $B(x_0, -x_0^{-1})$ или два центра $A(1, -1)$, $B(x_0, -x_0^{-1})$ при $\varepsilon = 0$, $V_1 > 0$, $V_2 > 0$. Будем находить те замкнутые кривые (ovalы) центров, которые порождают предельные циклы системы (1) при малых $\varepsilon > 0$. Целью настоящей работы является построение набора систем (1) со следующими распределениями, порождаемых ovalами центра, предельных циклов: 2, (1, 1), (0, 2) и различными конфигурациями особых точек при $\varepsilon = 0$.

Теорема. Воздушная гамильтонова квадратичная система (1) при всех достаточно малых $\varepsilon > 0$ имеет вокруг фокуса $A(1, -1)$ два предельных цикла в следующих случаях: 1) $a_{20} = -2$, $x_0 = 0.2$, $a_{01} = 0.08$, $4a_{11} = -0.0602$, $\nu = 0.01$; 2) $a_{20} = -8$, $x_0 = 0.3$, $a_{01} = 0.065$, $a_{11} = -0.0451$, $\nu = 0.01$; 3) $a_{20} = 12$, $x_0 = 3$, $a_{01} = 33$, $a_{11} = -30.97$, $\nu = 1$. В случае 4) $a_{20} = -2$, $x_0 = -1.2$, $a_{01} = 0.04$, $a_{11} = 0.19$, $\nu = 0.1$ система (1) имеет точно по одному предельному циклу вокруг фокусов $A(1, -1)$ и $B(x_0, -x_0^{-1})$.

Литература. 1. Chow S., Li C., Yi Y. // Erg. Th. Dyn. Syst. 2002. Vol. 22. P. 1233–1261.