

ПРОБЛЕМА ФЛОРИО СЕЙБЕРТА И ПРЯМОЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА ДЛЯ ПОЛУДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Б. С. Калитин, (Минск, Беларусь)

Пусть \mathbb{R}^+ — вещественная положительная полуось, (X, d) — метрическое пространство с функцией расстояния $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}^+$ и (X, \mathbb{R}^+, π) — полудинамическая система [1] с фазовым отображением $\pi : X \times \mathbb{R}^+ \rightarrow X$ ($\pi(x, t) = xt \quad \forall x \in X \text{ и } \forall t \in \mathbb{R}^+$). В докладе исследована возможность развития метода знакопостоянных функций Ляпунова для построения критериев устойчивости замкнутого положительно инвариантного множества M полудинамической системы, основанных на решении проблемы Флорио — Сейберта об относительной устойчивости [2–4]. Предполагается, что полудинамическая система обладает свойством равномерной интегральной непрерывности (РИН) [2], либо свойством асимптотической компактности вблизи множества M [4]. В частности, получена следующая теорема о равномерной устойчивости множества M с использованием введенного автором свойства B -устойчивости и B -притяжения [5].

Теорема 1. Пусть (X, d) произвольное метрическое пространство, (X, \mathbb{R}^+, π) — полудинамическая система, для которой выполнено условие (РИН), и M замкнутое положительно инвариантное подмножество X . Предположим, что существует окрестность U для M и непрерывная функция $V : U \rightarrow \mathbb{R}^+$, такая, что:

- 1) $V(x) \geq 0 \quad \forall x \in U$ и $V(x) = 0 \quad \forall x \in M$,
- 2) $V(xt) \leq V(x) \quad \forall x \in U$ и $\forall x[0, t] \in U$,
- 3) M равномерно слабо B -притягивающее относительно $Y_0 = \{x \in U : V(x) = 0\}$.

Тогда M равномерно устойчиво.

Доказаны различные варианты теорем об асимптотической устойчивости, глобальной асимптотической устойчивости и неустойчивости множества M для полудинамической системы, заданной на произвольном метрическом пространстве. Приведенные результаты обобщают известные утверждения прямого метода Ляпунова, полученные ранее для динамических систем на локально компактном метрическом пространстве [6].

Литература. 1. Saperstone S.H. Systems in Infinite Dimensional Space. Springer-Verlag, Berlin, 1981. 2. Seibert P., Florio J.S. // Annali di Matematica pura ed applicata. 1995. (IV). V. CLXIX. P. 291–320. 3. Seibert P., Arredondo J.H., Delgado J., Aguirre L. // Bol. Soc. Mat. Mexicana. 1997. Vol. 3, no. 3. P. 69–88. 4. Arredondo J.H., Seibert P. // Aportaciones Matematicas. Serie Comunicaciones. 2001. No. 2. P. 11–16. 5. Калитин Б.С. // Дифференц. уравн. 2002. Т. 38, № 11. С. 1565–1566. 6. Калитин Б.С. // Выbraneя навуковыя працы Беларускага дзяржаўнага университета: у 7 т. Мн.: БДУ, 2001. Т. VI: Матэматыка. С. 232–257.