

**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
С НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ ВЫШЕ КУБИЧЕСКОЙ
ПО ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

В. С. Денисов (Витебск, Беларусь)

Рассматриваются системы уравнений

$$\dot{x} = Ay^{4n-1} + By^{2n-1} + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \quad (1)$$

$$\dot{x} = Ay^{6n-1} + By^{2n-1} + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \quad (2)$$

где функции $f(x)$ и $g(x)$ нечетные и удовлетворяют следующему условию:

I) $\exists x_1, x_3$, такие что $f(x) < 0$ на $(0; x_1)$, $f(x) > 0$ на $(x_1; x_3)$; $g(x) < 0$ на $(0; \infty)$; $f(0) = f(x_1) = g(0) = 0$.

Существование по крайней мере двух предельных циклов системы (1) при $n = 1$ доказано в работе [1].

Обозначим $M = \max_{[-x_3; x_3]} |f(x)|$, $\phi(x) = \int_0^x -g(s)f(s)ds$, $G(x) = \int_0^x -g(s)ds$, d — единственный действительный корень уравнения $Ay^{4n-1} + By^{2n-1} - \gamma M = 0$.

Теорема 1. Если выполнено условие I, а также условия

II) $\exists \gamma > 1, \exists x_2 \in (x_1, x_3)$ такие, что справедливы неравенства

$$\varphi(x_2) > 2\varphi(x_1)/(1 - \gamma), G(x_3) - G(x_2) \geq (A/4n)d^{4n} + (B/2n)d^{2n} + 2Md, \quad (3)$$

III) $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-f(x)) > 0$,

то система (1) имеет по крайней мере один устойчивый предельный цикл, который охватывает неустойчивый предельный цикл, лежащий в полосе $-x_3 < x < x_3$.

Теорема 2. Если выполнены условия теоремы 1, где первое из неравенств (3) заменено на $\varphi(x_2) \geq -4\gamma\phi(x_1)/(\gamma - 1)^2$ и $f'(x) \leq 0$ при $x \geq x_2$, то для системы (1) устойчивый предельный цикл, окружающий по крайней мере один неустойчивый, является единственным.

При $n = 1$, $A = 0$, $B = 1$ из теоремы 1 следует обобщение известной теоремы Левинсона — Смита [2] о единственности предельного цикла системы Лъенара.

Аналогичные результаты получены для системы (2).

Литература. 1. Денисов В.С., Примакова О.О. // Дифференц. уравнения и системы компьютерной алгебры : Материалы Междунар. конф. Ч. 1. Мн.: БГПУ, 2005. С. 102–107. 2. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М-Л.: ГИТТЛ, 1949.