ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ДЮЛАКА — ЧЕРКАСА ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ КУКЛЕСА

А. А. Гринь (Гродно, Беларусь)

Рассмотрим алгоритм построения функции Дюлака — Черкаса в виде полинома $\Psi(x,y) = \sum_{i=0}^{n} \Psi_i(x) y^i$ для оценки числа предельных циклов обобщенной системы Куклеса

$$\dot{x} = y \equiv P, \quad \dot{y} = \sum_{j=0}^{l} h_j(x) y^j \equiv Q, \tag{1}$$

где $h_j(x) \in C^0(R)$, $\Psi_i(x) \in C^1(R)$, $\Psi_n(x) \neq 0$, $h_l(x) \neq 0$. При выполнении в области $\Omega \subseteq R^2$ условия

$$\Phi(x,y) := \frac{\partial \Psi}{\partial x} P + \frac{\partial \Psi}{\partial y} Q + k\Psi\left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}\right) > 0, \quad k > 0, \tag{2}$$

оценка числа предельных циклов в ней проводится с помощью овалов кривой $\Psi = 0$ [1]. Если функция Φ зависит только от одной переменной, то решение указанной задачи сильно облегчается. В случае $1 \leqslant l \leqslant 3$ условие (2) сводится к выполнению неравенства $\Phi(x) > 0$ в полосе $\Omega_x = \{(x, y) : x \in [a, b],\ \ y \in \mathbb{R}\}$ с помощью решения системы линейных дифференциальных уравнений [1]. При $l \geqslant 4$ такой подход требует накладывать дополнительные условия на часть функций $h_j(x)$ или прибегать к численному решению соответствующей задачи линейного программирования. Поэтому в докладе с помощью выбора функции Ψ при $n = 2$ представлен алгебраический подход к выделению класса систем (1), имеющих не более одного предельного цикла. В частности, доказана следующая

Теорема. *Система* (1) *при* $l = 5$, $h_0 = -31.9991x/32 - 0.00119999x^3/64 + 0.0023999600003x^5/256$, $h_1 = -0.07/16 - 0.120003x^2/32 + 0.4800239999x^4/256$, $h_2 = -0.0003x/8 + 0.00120001x^3/32$, $h_3 = -1/400 + 0.040003x^2/16$, $h_4 = x/40000$ *и* $h_5 = 1/1000$ *имеет единственный предельный цикл, расположенный между кривыми* $x^2 + 0.01xy + y^2 = 1$ *и* $x^2 + y^2 = 9$. *Цикл является простым и неустойчивым.*

Литература. 1. Cherkas L.A., Grin A.A., Schneider K.R. On the construction of a class of Dulac-Cherkas functions for generalized Liénard systems. Preprint of Humboldt University of Berlin. 2010. No. 8. P. 1–20 (www.mathematik.hu-berlin.de/publ/pre/2010/P-10-08.pdf).