ПЕРИОДИЧНОСТЬ РЕШЕНИЙ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ

П. П. Вересович (Гомель,Беларусь)

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = X(t, x). \tag{1}$$

Пусть преобразованием $y = \psi(t, x)$ эта система приводится к системе

$$\dot{y} = Y(t, y). \tag{2}$$

Очевидна следующая

Лемма. *Если $F_1(t, y)$ есть отражающая функция [1, 2] системы (2), то отражающая функция $F(t, x)$ системы (1) определяется соотношением $F_1(t, \psi(t, x)) - \psi(-t, F(t, x)) = 0$.*

Рассмотрим теперь уравнение

$$\dot{x} = \frac{a_2(t)x^2 + a_1(t)x + a_0(t)}{2c_1(t)x + c_0(t)}. \tag{3}$$

С использованием леммы доказана следующая

Теорема 1. *Если для коэффициентов уравнения (3) выполняются тождества $\dot{c}_1(t)c_0(t) - \dot{c}_0(t)c_1(t) + a_2(t)c_0(t) - a_1(t)c_1(t) \equiv 0$, $a_0(t)c_0(t) + \dot{c}_0(t) + a_0(t) \equiv 0$, то отражающая функция этого уравнения определяется равенством*

$$({}_1(t)x^2 + {}_0(t)x - 1)e^{\varphi(t)} = {}_1(-t)F(t, x)^2 + {}_0(-t)F(t, x) - 1,$$

в котором $\varphi(t) = \int_{-t}^{t} a_0(\tau)d\tau$.

Пусть коэффициенты уравнения (4) удовлетворяют условиям предыдущей теоремы и являются 2ω-периодическими функциями. Справедлива

Теорема 2. *Если $\varphi(\omega) = 0$, то все решения уравнения (3) 2ω-периодичны. Если же $\varphi(\omega) \neq 0$, то уравнения либо не имеет 2ω-периодических решений, либо имеет одно или два таких решения.*

Литература. 1. Мироненко В.И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Гомель,: Изд-во ГГУ, 2004. **2.** Мироненко В.И. Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений. Мн.: Изд-во «Университетское», 1986.