АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СИЛЬНАЯ ИЗОХРОННОСТЬ ОБРАТИМЫХ ДВУМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОДНОРОДНЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ ЧЕТВЁРТОЙ СТЕПЕНИ

В. В. Амелькин (Минск, Беларусь),
Д. Доличанин-Джекич (Нови Пазар, Сербия)

Рассмотрим вещественную динамическую систему

$$\dot{x} = -y - P_4(x,y), \quad \dot{y} = x + Q_4(x,y), \tag{1}$$

где $P_4(x,y)$ и $Q_4(x,y)$ — однородные относительно x и y полиномы четвертой степени.

Под обратимой динамической системой здесь понимается система, которая инвариантна при симметрии относительно прямой, прохоящей через начало координат, и замене времени t на $-t$.

Из работ [1, 2] следует, что система (1) обратима тогда и только тогда, когда она линейной заменой координат и изменением масштаба времени приводится к одной из следующих систем:

1) $\dot{x} = -y + (F+D)x^4 + (F-3D)x^2y^2, \ \dot{y} = x + (F+D)x^3y + (F-3D)xy^3;$

2) $\dot{x} = -y + (F+D)x^4 - 2(F+3D)x^2y^2 + (D-3F)y^4, \ \dot{y} = x + 4(F+D)x^3y + 4(F-D)xy^3;$

3) $\dot{x} = -y - \frac{4}{3}x^4 - \frac{40}{3}x^2y^2 + 4y^4, \ \dot{y} = x + \frac{20}{3}x^3y - \frac{28}{3}xy^3;$

4) $\dot{x} = -y - \frac{16}{3}x^4 - \frac{28}{3}x^2y^2 + 4y^4, \ \dot{y} = x + \frac{8}{3}x^3y - \frac{16}{3}xy^3;$

5) $\dot{x} = -y + \frac{4}{3}x^4 - \frac{20}{3}x^2y^2, \ \dot{y} = x + \frac{40}{3}x^3y + \frac{16}{3}xy^3;$

6) $\dot{x} = -y, \ \dot{y} = x + 4x^3y + 4xy^3;$

7) $\dot{x} = -y - \frac{(c-3)^2}{60}x^4 + \frac{(c+5)(c-27)}{30}x^2y^2 + \frac{(c+5)}{20}y^4, \ \dot{y} = x - \frac{(c-27)(c-3)}{15}x^3y - \frac{(c+15)^2}{15}xy^3;$

8) $\dot{x} = -y + \frac{64}{15}x^4 - \frac{16}{3}x^2y^2, \ \dot{y} = x - \frac{32}{15}x^3y + \frac{64}{15}xy^3;$

9) $\dot{x} = -y + \frac{16}{15}x^4, \ \dot{y} = x - \frac{16}{3}x^3y + \frac{48}{5}xy^3.$

Теорема. *Исключая случай системы* 1), *когда имеет место совершенная (равномерная) изохронность центра* $O(0,0)$, *для нелинейных систем* 2), 5)–8) *имеет место сильная изохронность центра* $O(0,0)$ *только второго порядка с начальным полярным углом* $\varphi_0 = \pi/2$. *В случаях систем* 3), 4), 9) *максимальный порядок сильной изохронности равен четырем, а начальный полярный угол* $\varphi_0 = 0$.

Литература. 1. Chen X., Romanovski V.G., Zhang W. // Nonlinear Analysis. 2008. Vol. 69. P. 1525–1539. **2.** Руденок А.Е. // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. №2. С. 147–150.