

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ОТСУТСТВИЯ ЦЕЛЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

С. В. Сергеевко (Витебск, Беларусь)

Рассматривается система полулинейных эллиптических уравнений $\Delta u = H(|x|)v^\alpha$, $\Delta v = K(|x|)u^\beta$, $x \in \mathbb{R}^N$, где $N \in \mathbb{N}$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — некоторые числа, функции $H, K : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ непрерывны. Под целым решением системы понимают пару функций $(u, v) \in C^1(\mathbb{R}^N) \times C^1(\mathbb{R}^N)$ такую, что $|\nabla u|^{p-2}\nabla u, |\nabla v|^{q-2}\nabla v \in C^1(\mathbb{R}^N)$, которая удовлетворяет системе в каждой точке.

Теорема 1. Пусть $N \geq 3$, $\alpha > 1$, $\beta > 1$, при некоторых фиксированных значениях a и b таких, что $1 < a < b \leq 2$, и некоторых натуральных k, m, n функции $r^{1-m}H(r)$ и $r^{1-n}K(r)$ не возрастают на интервале (ρ, ∞) , где ρ — некоторая положительная постоянная, и при этом выполняется одно из условий:

$$\overline{\lim}_{R \rightarrow \infty} \left((y(R, a) - y(R, b))^{-1} \int_{aR}^{bR} ((s^{1-n}K(s))^\alpha s^{1-m}H(s))^{1/\gamma_1} ds \right) = \infty$$

или

$$\overline{\lim}_{R \rightarrow \infty} \left((z(R, a) - z(R, b))^{-1} \int_{aR}^{bR} (s^{1-n}K(s)(s^{1-m}H(s))^\beta)^{1/\gamma_2} ds \right) = \infty,$$

где $\gamma_1 = (n+1)\alpha + m + 1$, $\gamma_2 = (m+1)\beta + n + 1$, $y(R, k) = (\int_R^{kR} (kR-s)^m s^{1-m} H(s) \times v_k^\alpha(s) ds)^{-(\alpha\beta-1)/\gamma_1}$, $z(R, k) = (\int_R^{kR} (kR-s)^n s^{1-n} K(s) u_k^\beta(s) ds)^{-(\alpha\beta-1)/\gamma_2}$, функции $u_k(r)$, $v_k(r)$ определяются рекуррентными соотношениями $u_0(r) = 1$, $v_0(r) = 1$, $u_k(r) = \int_\rho^r s H(s) (1 - (s/r)^{N-2}) v_{k-1}^\alpha(s) ds$, $v_k(r) = \int_\rho^r s K(s) (1 - (s/r)^{N-2}) u_{k-1}^\beta(s) ds$. Тогда система не имеет целых положительных решений.

Литература. 1. Сергеев С. В. // Образование XXI века: матер. X(55) итоговой науч.-практич. конф. студ. и магистрантов, Витебск 24–25 марта 2010 г. / Витебск: УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2010. С. 14–16. **2.** Tegamoto T. // Funkcialaj Ekvacioj. 1999. Vol. 42. P. 241–260.