ГЕОМЕТРИЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

А. В. Медведев (Минск, Беларусь)

Данный доклад посвящен геометрии систем ОДУ 3-го порядка разрешенных относительно старшей производной с гладкой правой частью:

$$y_i'''(x) = f_i(y_j''(x), y_k'(x), y_l(x), x), \quad i, j, k, l = 1 \dots m, \tag{1}$$

Геометрия дифференциальных уравнений конечного типа была развита в работе [1]. Она основана на интерпретации дифференциальных уравнений как геометрических структур на фильтрованных многообразиях.

С каждой геометрической структурой на фильтрованном многообразии можно естественным образом ассоциировать нормальную связность Картана. Это, в частности, позволяет решить проблему локальной эквивалентности таких геометрических структур и описать алгебру дифференциальных инвариантов для каждой такой структуры. Образующие в алгебре дифференциальных инвариантов находятся во взаимно-однозначном соответствии с положительной частью пространства когомологий $H^2(\mathfrak{g}_-, \mathfrak{g})$.

Основным результатом является следующая теорема

Теорема. *Для системы ОДУ 3-го порядка вида* (1) *следующие инварианты образуют базис в алгебре дифференциальных инвариантов:*

$$W_2 = \mathrm{tr}_0\left(\frac{\partial f^i}{\partial p^j} - \frac{\mathrm{d}}{\partial x}\frac{\partial f^i}{\partial q^j} + \frac{1}{3}\frac{\partial f^i}{\partial q^k}\frac{\partial f^k}{\partial q^j}\right), \quad I_2 = \mathrm{tr}_0\left(\frac{\partial^2 f^i}{\partial q^j \partial q^k}\right),$$

$$W_3 = \frac{\partial f^i}{\partial y^j} - \frac{1}{3}\frac{\mathrm{d}^2}{\partial x^2}\frac{\partial f^i}{\partial q^j} - \frac{1}{27}(\frac{\partial f^i}{\partial q^k})^3 + \frac{2}{9}\frac{\partial f^i}{\partial q^k}\frac{\mathrm{d}}{\partial x}\frac{\partial f^k}{\partial q^j} + \frac{1}{9}\frac{\mathrm{d}}{\partial x}\frac{\partial f^i}{\partial q^k}\frac{\partial f^k}{\partial q^j},$$

$$I_4 = \frac{\partial}{\partial q_k}\frac{\mathrm{d}}{\partial x}H_j + \frac{\partial}{\partial q^k}\left(H_l\frac{\partial f^k}{\partial q^l}\right) + \frac{\partial H_k}{\partial p_j},$$

где $H_j = \mathrm{tr}\left(\frac{\partial^2 f^i}{\partial q^j \partial q^k}\right)$.

Литература. 1. Doubrov B., Komrakov B., Morimoto T. // Lobachevskij Journal of Mathematics. 1999. Vol. 3. P. 39–71.