О ЛОКАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ${}_{2n}P_1$

Е. В. Грицук (Минск, Беларусь)

В работе [1] для случаев $n = 1, 2$ исследованы локальные свойства решений уравнений ${}_{2n}P_1$ в окрестности подвижного полюса. В настоящей работе получены некоторые общие результаты для уравнений иерархии ${}_{2n}P_1$.

Иерархия уравнений ${}_{2n}P_1$ может быть записана [1, 2] в форме

$$d^{n+1}(w) + 4z = 0, \qquad ({}_{2n}P_1)$$

где последовательность $d^{n+1}(w)$ удовлетворяет рекурсивному соотношению

$$\frac{d}{dz}d^{n+1}(w) = (D^3 - 8wD - 4w_z)d^n(w), \quad d^1(w) = -4w, \quad D = \frac{d}{dz}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Доказана

Теорема 1. *Уравнение* $({}_{2n}P_1)$ *имеет структуру*

$$w_{2n} = \gamma_n w_0^{n+1} + P_n(w_0, w_1, \ldots, w_{2n-2}) + z,$$

где $w_m := d^m w/dz^m$, P_n — *полином от* $w_0, w_1, \ldots, w_{2n-2}$ *степени* n, *вида*

$$P_n(w_0, w_1, \ldots, w_{2n-2}) = \sum_{\langle k\rangle = 2n+2, \quad k_0 \leqslant n-1} b_{k_0 k_1 \ldots k_{2n-2}} w_0^{k_0} w_1^{k_1} \ldots w_{2n-2}^{k_{2n-2}},$$

$b_{k_0 k_1 \ldots k_{2n-2}}$ — *константы, мультииндекс* $k = (k_0, k_1, \ldots, k_{2n-2})$ *с нормой* $\langle k\rangle := = \sum_{p=0}^{2n-2}(p+2)k_p$ *и* $\gamma_n = (-1)^{n+1} 2^{3n+1} \Gamma(n+\frac{3}{2})/[\Gamma(n+2)\Gamma(\frac{1}{2})]$.

Лемма. *Порядок подвижного полюса уравнений* $({}_{2n}P_1)$ *равен двум.*

Теорема 1 может использоваться для получения уравнений иерархии ${}_{2n}P_1$, $n \geqslant 3$. Она позволяет составить $d^{n+1}(w)$ с неопределенными коэффициентами. Согласно работе [3] система линейных алгебраических уравнений, получаемая из (1) на коэффициенты $b_{k_0 k_1 \ldots k_{2n-2}}$, имеет единственное решение. Так, например, при $n = 3$ и $n = 4$ вычисляем

$$w^{(6)} = 280w^4 + 42\left(w''\right)^2 + 56w'w^{(3)} + 28ww^{(4)} - 280w\left(\left(w'\right)^2 + ww''\right) + z \qquad ({}_6P_1)$$

$$\begin{gathered} w^{(8)} = -2016w^5 + 36ww^{(6)} + 108w'w^{(5)} + 228w''w^{(4)} - 504w^2w^{(4)} + 138\left(w^{(3)}\right)^2 - \\ -2016ww'w^{(3)} + 1512w\left(w''\right)^2 - 1848\left(w'\right)^2 w'' + 3360w^3w'' + 5040w^2\left(w'\right)^2 + z. \end{gathered} \qquad ({}_8P_1)$$

Для $n = 3, 4$ доказана

Теорема 2. *Уравнение* $({}_{2n}P_1)$ *имеет в окрестности подвижного полюса* z_0 n *полярных решений в области* $0 < |z - z_0| < \rho$, $\rho > 0$.

Литература. 1. Громак В.И. // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35, №1. **2.** Kudrjashov N.A. // Phys. Lett. A. 1997. Vol. 224. P. 353–360. **3.** Lax P.D. // SIAM, reviem. 1976. Vol. 18, no. 3. P. 351–375.