

АСИМПТОТИКИ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ПЕНЛЕВЕ

И. В. Горючкина (Москва, Россия)

Первые четыре и шестое уравнения Пенлеве исследовались с помощью методов плоской степенной геометрии [1], [2, гл. 1] и пространственной степенной геометрии [3–5]. Для первых четырех уравнений были получены асимптотики решений, включая асимптотики эллиптического типа [3–5]. Для шестого уравнения Пенлеве с помощью плоской степенной геометрии найдены все асимптотические разложения его решений при всех значениях его четырех комплексных параметров вблизи всех трех его особых точек $x = 0, 1, \infty$ и вблизи его неособой точки $x = x_0 \neq 0, 1, \infty$. Вблизи каждой его особой точки существуют 39 семейств асимптотических разложений решений [2]. Всего $39 \times 3 = 117$ семейств разложений пяти типов: степенные, степенно-логарифмические, сложные, полуэкзотические и экзотические. Среди них известны 3 двупараметрических семейства степенных разложений, 24 однопараметрических подсемейства по целым степеням независимой переменной [6], первые члены, т. е. асимптотики, 6 сложных и нескольких экзотических разложений. Вблизи каждой неособой точки шестого уравнения Пенлеве существуют 17 семейств степенных разложений [7]. Среди 17 семейств 9 — известны [6], 8 семейств — новые.

В [2] также доказана теорема о сходимости некоторых формальных решений нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения.

Литература. 1. Брюно А.Д. // УМН. 2004. Т. 59. № 3. С. 31–80. 2. Брюно А.Д., Горючкина И.В. // ТММО. 2010. Т. 71. С. 1–118. 3. Брюно А.Д., Горючкина И.В. // ДАН. 2008. Т. 422, № 2. С. 157–160. 4. Брюно А.Д., Горючкина И.В. // ДАН. 2008. Т. 422. № 6. С. 729–732. 5. Брюно А.Д., Горючкина И.В. // ДАН. 2008. Т. 423. № 4. С. 443–448. 6. Gromak I.V., Laine I., Shimomura S. Painlevé Differential Equations in the Complex Plain. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2002. 7. Брюно А.Д., Горючкина И.В. // ДАН. 2009. Т. 426, № 5. С. 586–591.