ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ ФУКСА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЧЕТЫРЬМЯ ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ И РАЗРЕШИМОЙ ГРУППОЙ МОНОДРОМИИ

М. Н. Василевич (Минск, Беларусь)

Пусть a_1, a_2, a_3, a_4 — произвольные точки на комплексной проективной прямой $\mathbb{C}P^1$. Рассмотрим на открытом множестве $M = \{\mathbb{C}P^1 \backslash \bar{M}\}$, где $\bar{M} = \bigcup_{j=1}^{4} a_j$, систему

Фукса

$$dY = \left(\sum_{j=1}^{4} \frac{U_j}{x-a_j}\right) Y\,dx \tag{1}$$

с квадратной (2×2)-матрицей Y и постоянными квадратными матричными коэффициентами U_j порядка 2 такими, что $\sum_{j=1}^{4} U_j = 0$.

Пусть x_0 — отмеченная точка множества M, а $\Phi_{x_0}(x)$ — нормированная в точке x_0 фундаментальная матрица решений системы (1).

Далее, пусть V_j, $j=\overline{1,4}$, — заданные постоянные квадратные (2×2)–матрицы, называемые матрицами монодромии, порождают мультипликативную группу и пусть

$$\chi : \pi_1(M, x_0) \to GL(2;\mathbb{C}) \tag{2}$$

— гомоморфизм фундаментальной группы $\pi_1(M,x_0)$ дополнения к точкам a_1,a_2,a_3,a_4 в общую линейную группу $GL(2;\mathbb{C})$ квадратных невырожденных комплекснозначных матриц порядка 2.

Задача (Проблема Римана — Гильберта). *Существует ли система Фукса* (1) *с заданными особыми точками* a_1,a_2,a_3,a_4, *фундаментальная матрица решений которой реализует заданный гомоморфизм?* Другими словами, когда по заданным особым точкам a_j, $j=\overline{1,4}$, и заданным матрицам монодромии можно построить матрицы U_j, $j=\overline{1,4}$, которые дают систему Фукса (1).

В работах [1, 2] утверждается, что даже в случае произвольного конечного числа особых точек и гомоморфизма (2) ранга 2 проблема Римана — Гильберта всегда имеет положительное решение. В настоящих тезисах приводится конструктивное решение сформулированной задачи в случае разрешимой группы монодромии, когда собственные значения порождающих ее матриц V_j, $j=\overline{1,4}$, различны (случай совпадающих собственных значений рассмотрен в [3]).

Теорема. *Фундаментальную матрицу решений системы* (1), *реализующую заданный гомоморфизм* (2), *можно представить в виде* $\Phi_{x_0}(x) = \begin{pmatrix} \varphi_{11}(x) & \varphi_{12}(x) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, *где*

$$\varphi_{11}(x) = \prod_{j=1}^{3}\left(\frac{x-a_j}{x_0-a_j}\right)^{\xi_j}, \quad \varphi_{12}(x) = \prod_{j=1}^{3}\left(\frac{x-a_j}{x_0-a_j}\right)^{\xi_j} \sum_{k=1}^{3} w_k \int_{x_0}^{x} \prod_{j=1}^{3}\left(\frac{x-a_j}{x_0-a_j}\right)^{-\xi_j} \frac{dx}{x-a_k},$$

ξ_j *и* w_k *— соответственно, собственные значения и элементы показательных матриц монодромии.*

Литература. 1. Болибрух А.А. // Успехи мат. наук. 1990. Т.45. Вып.2(272). С.3–47. **2.** Болибрух А.А. // Мат. заметки. 1989. Т.46. Вып.3. С.118–120. **3.** Лексин В.П. // Геом. методы в задачах анализа и алгебры. Яросл. ун-т. 1978. С.121–129.