ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Т.Н. Ванькова (г. Гродно, Беларусь)

Предметом исследования является неполиномиальное дифференциальное уравнения третьего порядка

$$y^2y''' = a_1yy'y'' + a_2y'^3 + a_3y^4 + F(y'', y', y, x), \tag{1}$$

где a_1, a_2, a_3 — постоянные,

$$a_1 = \frac{\mu}{n} + 3\left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad a_2 = \left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(2 + \frac{\mu - 1}{n}\right), \quad a_3 \neq 0,$$

$$\mu = 0, 1, 2, 3, \quad n \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}, \tag{2}$$

F — полином по y'', y', y с аналитическими по x коэффициентами. Ставится задача: выделить уравнения вида (1), принадлежащие классу P3 (т.е. решения данных уравнений в подвижной точке x_0 комплексной плоскости имеют полюс 3-го порядка) и обладающие свойством Пенлеве.

Получены уравнения

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 + 12yy', \tag{3}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 + 6ay^2y' - 6by^3 - 6y'^2 + 6ay^2, \tag{4}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 - 12ay^2y' + 2yy'' - \left(6 + \frac{24}{1-k^2}\right)y'^2 - 12ay^2 - \frac{48}{1-k^2}y' - \frac{24}{1-k^2}, \tag{5}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 - 12ay^2y' + 2yy'' - 6y'^2 - 12ay^2, \tag{6}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 - ay^3 + 12yy'' - 33y'^2 - 54y' - 27, \tag{7}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 + 12yy'' - 38y'^2 - 64y' - 32, \tag{8}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 + ay^2y' - a'y^3 + 3yy'' - 9y'^2 - 3y', \tag{9}$$

$$y^2y''' = 6yy'y'' - 6y'^3 - 6y^4 - 12y'^2 + 72y' - 54, \tag{10}$$

$$yy''' = y'y'' - 24y^3 + 6k_1y^2 + (-3k_1^2x + k_2)y' + 3k_1^2y, \tag{11}$$

$$y^2y''' = \frac{8}{3}yy'y'' - \frac{14}{9}y'^3 - 6y^4 + 2pyy'' - 3py'^2 + 6p^2y' + 3p^3, \tag{12}$$

где в (4) $a'' = 6a^2$, $b'' = 3b^3$; в (5) $a = 0$, если $k = 6m+2$, $m \in \mathbb{N}$, или $a = \mathrm{const}$, если $k = 6m+3$; в (11) k_1, k_2 — постоянные, в (12) p — некоторое число. В уравнениях (6), (7), (9) a — аналитическая функция переменной x.

При $\mu = 2, n = -1$ было получено уравнение

$$y^2y''' = 4yy'y'' - 2y'^3 + 30y^4 + py^2y' - \frac{1}{2}p'y^3 + yy'' - \frac{1}{2}y'^2 + \frac{1}{2}py^2 + 2y' + \frac{1}{2}, \tag{13}$$

где $64pp'' + 49p'^2 - 224p^{(4)} = 0$. Уравнение (13) удовлетворяет необходимым условиям наличия свойства Пенлеве.

Теорема. *Для того, чтобы уравнение вида* (1) *при условиях* (2) *обладало свойством Пенлеве, необходимо, чтобы оно имело вид* (3) – (13). *Уравнения* (3) – (12) *имеют свойство Пенлеве.*

Замечание. Уравнения (11)и (12) были рассмотрены в [1], однако в их записи были допущены неточности, а также авторами не были указаны аналитические свойства решений данных уравнений.

Литература. 1. Mugan U., Jrad F. // Z. Naturforsch. A. 2004. Vol. 59a. P. 163–180.