НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

М. Н. Гончарова (Гродно, Беларусь)

Рассматривается задача оптимального быстродействия, в которой поведение объекта подчиняется уравнению

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{1}$$

где x – n-мерный вектор состояния объекта, u – r-мерный вектор управления, A, B –

постоянные матрицы соответствующих размерностей. При всех t на рассматриваемом интервале времени управление принимает значения из множества U, а траектория удовлетворяет фазовому ограничению $x(t) \in X$. Требуется найти допустимое управление, переводящее объект по траекториям системы (1) из произвольной начальной точки x^0 в начало координат за наименьшее время. Начальный момент времени t_0 считаем фиксированным, а конечный момент t_1 определяем из условия попадания траектории на конечное множество. Дополнительно предположим, что множество U является многогранным, и в задаче выполнено условие общности положения.

Система [1] достаточных условий оптимальности решения $x(t)$ рассматриваемой задачи использует сопряженную функцию $\psi(t)$, которая для всех векторов $x \in X$ и почти всех $t \in [t_0; t_1]$ удовлетворяет неравенству

$$(\dot{\psi} + A^*\psi, x - x(t)) \leqslant 0. \tag{2}$$

Сопряженная функция представляется в виде $\psi(t) = \psi^a(t) + \sum_{\tau_i} \psi^i + \psi^c(t)$, где $\psi^a(t)$ — абсолютно непрерывная функция, τ_i — моменты скачков функции $\psi(t), t_0 < \tau_i < t_1$, $\psi^i = \psi(\tau_i + 0) - \psi(\tau_i - 0)$ — величина скачка, $\psi^c(t)$ — сингулярная функция. Для оптимальности по быстродействию управления $u(t)$ и соответствующей ему траектории $x(t)$ требуется выполнение для почти всех $t \in [t_0; t_1]$ условия максимума

$$(u(t), B^*\psi(t)) = \max_{u \in U}(u(t), B^*\psi(t)); \tag{3}$$

для всех $t \in [t_0; t_1)$ усиленного условия трансверсальности

$$(x(t), -\psi(t)) > 0; \tag{4}$$

для всех $i = 1, 2, \ldots$ условия скачка

$$(x(\tau_i), \psi^i) = \max_{x \in X}(x, \psi^i). \tag{5}$$

Выделение сингулярной составляющей на некотором интервале, принадлежащем $[t_0; t_1]$ позволяет заменить сумму абсолютно непрерывной и сингулярной функций суммой абсолютно непрерывной функции и функции скачка. При этом в точке разрыва выполняется условие

$$(x(\tau_i), -\psi^i) = \max_{x \in X}(x, -\psi^i). \tag{6}$$

Тогда получаем, что для оптимальности по быстродействию выбранного решения $x(t)$, переводящего произвольную начальную точку в начало координат, достаточно существование сопряженной функции, удовлетворяющей (2), которая представима в виде суммы абсолютно непрерывной функции и функции скачков, и для которой выполнены условия (3), (4), а также в каждой точке разрыва одно из условий (5) или (6).

Литература

Гончарова М. Н. *Достаточные условия оптимальности в задаче быстродействия* // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. №. 5. С. 53–61.