Аналогично выразим перемещения на верхних и нижних гранях среднего слоя, и на верхней грани нижнего слоя:

$$\{g_2^{\text{в}}\} = [U_2]\{g_2\}, \{g_2^{\text{н}}\} = [L_2]\{g_2\}, \{g_3\} = [U_3^{-1}]\{g_3^{\text{н}}\}.$$

В силу принятых предположений, перемещения на нижней плоскости первого слоя должны совпадать с перемещениями на верхней плоскости второго слоя, а перемещения на верхней плоскости третьего слоя должны совпадать с перемещениями на нижней плоскости второго слоя. Тогда

$$\{g_1\} = [L_1^{-1}][U_2]\{g_2\}, \{g_3\} = [U_3^{-1}][L_2]\{g_2\}.$$

Подставляя найденные перемещения в уравнения (1), получаем систему линейных алгебраических уравнений, многократное решение которой, после учета граничных условий позволит определить напряженно-деформированное состояние трехслойной пластинки из упругпластического материала.

Для проверки адекватности математической модели, верификации алгоритмов и программного обеспечения была рассмотрена задача определения прогибов защемленной по контуру круглой упругопластической трехслойной пластинки. Найденное решение сравнивалось с решением из [1]. Диаметр пластинки был принят равным 12м, толщина – $0,2$м. Пластинка находились под действием равномерно распределенной вертикальной нагрузки интенсивностью $0,1$МПа. Максимальное расхождение решения по предлагаемому алгоритму с решением из [1] не превышает 15%.

Литература

1. Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. *Теория упругости и пластичности:* учеб. для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

2. Курочка К. С. *Численное моделирование прогибов вязкоупругопластической тонкой пластинки с отверстиями* / К. С. Курочка // Механика машин, механизмов и материалов. 2007. Т. 1, №1. С. 60–64.

3. Курочка К. С. *Построение математической модели сложной системы неоднородных вязкоупругих дисперсных и сплошных твердых тел* / К. С. Курочка // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2007. №4. - С. 18–31.

КОМБИНАТОРНЫЕ МОДЕЛИ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В РЕКУРСИВНО-ПОРОЖДАЕМЫХ КЛАССАХ

В. В. Лепин (Минск, Беларусь)

Изучение свойств и классов графов и гиперграфов составляет содержание значительной части работ по теории графов и ее приложениям. Результаты таких исследований применяются при разработке эффективных методов решения задач дискретной оптимизации. Один из подходов в изучении NP-трудных проблем заключается в выделении достаточно обширных классов задач, которые можно как распознать, так и решить за полиномиальное время. Такие задачи часто определяются через некоторое структурное свойство графа $G(I)$, который ассоциируется с задачей I. В период с 1980 по 1990 годы Н. Робертсон и П. Сеймур (Robertson N., Seymour P.) определили следующие графовые инварианты: цепную ширину (pathwidth), древесную ширину (treewidth) и ширину ветвления (branchwidth), а также связанные с ними декомпозиционные структуры. Эти понятия были введены в контексте проводимых ими исследований миноров графов. В последствии было показано важное значение этих понятий в теории сложности вычислений. Многие NP-трудные проблемы на графах с константным ограничением на один из этих параметров могут быть решены за полиномиальное время. Первые результаты во многом представляли теоретический интерес. Однако в результате последующих исследований были построены хорошие и практичные алгоритмы.

Так С. Кук и П. Сеймур успешно использовали декомпозицию ветвления в приближенном алгоритме для задачи коммивояжера. В статьях Х. Бутлоэнгера (Bodlaender H.) описаны алгоритмы для решения ряда проблем в классе графов с ограниченной древесной шириной. В последние десятилетия заметен интерес к рассмотрению рекурсивно-порождаемых классов графов и гиперграфов. В докладе будет приведен ряд результатов в указанном направлении. В частности, будет приведен метод построения эффективных алгоритмов для решения некоторых задач в классах рекурсивно-порождаемых графов и гиперграфов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В $3D$ ОБЛАСТЯХ ПО БЕССЕТОЧНОЙ СХЕМЕ НА ОСНОВЕ АТОМАРНЫХ РАДИАЛЬНЫХ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ

Д. А. Лисин, О. Ю. Лисина (Харьков, Украина)

При реализации вычислительного алгоритма используется бессеточная схема аппроксимации решения задачи нестационарной теплопроводности

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} + g(x,y,z,t) = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

в области Ω с границей $\Gamma = \sum_{i=1}^{n} \Gamma_i$, где ρ – плотность материала, c – удельная теплоемкость, k – коэффициент теплопроводности, g – функция плотности внутренних тепловых источников. Граничные условия могут быть смешанными.

Приближенное решение отыскиваем в виде линейной комбинации сдвигов атомарной радиальной базисной функции $Horp(x,y,z)$:

$$u(x,y,z) = \sum_{i=1}^{k} c_i Horp_i(x,y,z), Horp_i(x,y,z) = Horp_i(x-x_i, y-y_i, z-z_i),$$

где (x_i, y_i, z_i) - координаты точек коллокации.

Атомарная радиальная базисная функция $Horp(x,y,z)$ порождается функционально-дифференциальным уравнением

$$\Delta\nu - \tau^2\nu = \lambda \iint\limits_{\partial S} \nu(3(x-\xi), 3(y-\eta), 3(z-\zeta))\, ds \quad + \mu\nu(3x, 3y, 3z),$$

где ∂S - сфера: $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1$. Для удобства проведения вычислений функция $Horp(x,y,z)$ представляется трехкратным рядом Фурье.

Для решения задачи используется система компьютерного моделирования (КМ) физических процессов на основе атомарных радиальных базисных функций, математических средств теории R-функций и алгоритмов распараллеливания вычислений.