

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВЫХ ИСТОЧНИКОВ КВАЗИЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В. Т. БОРУХОВ, Т. Н. ДУБИНА, В. А. ЦУРКО (Минск, Беларусь)

В теории обратных задач теплообмена к важному классу относятся задачи идентификации неизвестных тепловых источников по дополнительным измерениям.

В области $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < l, 0 < t \leq t_f\}$ рассматривается нестационарное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + f(x, t), \quad (1)$$

с начальным

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad x \in [0, l], \quad (2)$$

и граничными условиями

$$T(0, t) = \mu_1(t), \quad T(l, t) = \mu_2(t), \quad t \in [0, t_f]. \quad (3)$$

Обратную задачу формулируем в следующей постановке. Необходимо найти пару $T(x, t)$, $f(x, t)$ из условий (1)–(3) и дополнительного наблюдения

$$y(t) = T(x_*, t), \quad t \in [0, t_f], \quad (4)$$

$x_* \in (0, l)$ – фиксированная точка.

Предполагаем, что плотность тепловых источников $f(x, t)$ представима в виде

$$f(x, t) = b(x)u(t),$$

где $u(t)$ – неизвестная функция, а функция $b(x)$ определена и дифференцируема.

Метод решения рассматриваемой задачи (1)–(4) основан на преобразовании

$$T(x, t) = w(x, t) + b(x) \int_0^t u(s) ds$$

и последующем применении метода обратных динамических систем [1] и разностных методов [2].

Проведены расчеты на модельных примерах иллюстрирующих особенности обратной задачи и возможности численного метода.

Литература

1. Борухов В. Т., Гайшун И. В., Тимошпольский В. И. *Структурные свойства динамических систем и обратные задачи математической физики*. Минск: Беларуская навука, 2009.
2. Самарский А. А. *Теория разностных схем*. М.: Наука, 1989.