где конечное множество V_0 называется *кристаллической ячейкой*. Если число точек в V_0 минимально среди всех возможных кристаллических ячеек, допустимых в V, то такая ячейка называется элементарной.

О п р е д е л е н и е 1. Пусть $\Lambda = \langle V, \Phi \rangle$ – бесконечный неориентированный граф без петель, где V – множество вершин и Φ – множество ребер (двухэлементных подмножеств из V). Этот граф называется периодическим, имеющим размерность два, если он допускает такое вложение M в $\mathbb{R}^2$, при котором образ $\mathsf{M}V$ является кристаллической решеткой в $\mathbb{R}^2$, а образ $\mathsf{M}\Phi$ множества Φ инвариантен относительно трансляций с параллелограммом периодов $\langle \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2 \rangle$,

$$\mathsf{M}\Phi + n_1\mathbf{e}_1 + n_2\mathbf{e}_2 = \mathsf{M}\Phi\,, \qquad (1)$$

$\langle n_1, n_2 \rangle \in \mathbb{Z}^2$ и при этом множество $\Phi_0 = \{\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\} \in \Phi : \mathsf{M}\mathbf{y} \in V_0\}$ конечно.

Бесконечный двумерный периодический граф $\Lambda = \langle V, \Phi \rangle$ называют гексогональной решеткой если элементарная ячейка $\mathsf{M} : V \mapsto \mathbb{R}^2$ при этом вложении, содержат две вершины $\mathsf{M}V_0 = \{0, (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/2\}$, где множество $\mathsf{M}\Phi$ допускает дизъюнктивное разложение

$$\mathsf{M}\Phi = \bigcup_{\langle n_1, n_2 \rangle \in \mathbb{Z}^2} \{\mathsf{M}\Phi_0 + n_1\langle \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_1 \rangle + n_2\langle \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_2 \rangle\}$$

с таким множеством Φ_0, для которого

$$\mathsf{M}\Phi_0 = \{\langle (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/2, y \rangle ; y = 0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}\,,$$

которое определяет полностью структуру связности периодического графа.

Рассматривается случайное бернуллиевское поле $\{\tilde{c}(r) \in \{0,1\}; r \in V\}$ на периодическом графе, являющемся гексагональной решеткой Λ. Это поле характеризуется параметром $Pr\{\tilde{c}(r) = 1\} = c$.

О п р е д е л е н и е 2. Поле $\{\tilde{c}(r); r \in V\}$ обладает перколяцией, если вероятность $P(c)$ существования бесконечного несамопересекающегося пути от точки $\mathsf{M}^{-1}0$ на случайном подграфе $\tilde{\Lambda} = \langle \tilde{W}, \tilde{\Phi} \rangle$ с $\tilde{W} = \{r \in W : \tilde{c}(r) = 1\}$ отлична от нуля. Значение $\inf\{c \in [0,1] : P(c) > 0\}$ называется порогом перколяции.

Вероятность $P(c)$ допускает следующее разложение

$$P(c) = c - \sum_{W\ \mathsf{M}^{-1}0 \in W \in \Gamma} \Pr\{W \subset \tilde{W}\}\,, \qquad (2)$$

где Γ – класс конечных Φ-связанных подмножеств V, которые называются кластерами, и справедлива следующая оценка для слагаемых в сумме

$$\Pr\{W \subset \tilde{W}\} \leqslant (1-c)^{|\partial_+ W|}\,. \qquad (3)$$

Здесь $\partial_+ W$ – так называемая внешняя граница множества W, которая представляет собой набор вершин z из V, не принадлежащих V, но для которых существует, по крайней мере, одна вершина x такая, что пара $\{x, z\}$ принадлежит Φ, и из вершины z существует бесконечный путь на графе Λ, расположенный на множестве $V \setminus W$. Внешние границы кластеров являются простыми циклами на т.н. сопряженном графе $\Lambda^* = \langle V, \Phi^* \rangle$. Для гексагональной решетки, множество связности Φ_0^*, определяющее связность Φ, состоит из Φ_0 и множества

$$\mathsf{M}(\Phi_0^* \setminus \Phi_0) = \{\langle(\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2)/2, x\rangle : x \in \{\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2, \pm(\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2)\},$$
$$x \in \{(\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2)/2 + y : y = \pm\mathbf{e}_i, i = 1,2; y = \pm(\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2)\}\},$$

где $\{x, y\} = V_0$.

В работе получена верхняя оценка $O(1)(3+2\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}$ числа элементов класса Δ_n всех несамопересекающихся путей на Λ^*, которые имеют длину n и общую начальную вершину. На основе этой оценки, разложения (1) и оценка (2), при использовании леммы Бореля-Кантелли, найдена верхняя оценка $c_* \leqslant 2\sqrt{3}/3 - 1$ порога перколяции.

О НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕРШИННЫХ ВЕРХОВЫХ ЛЕСНЫХ ПОЖАРОВ

Д. В. Баровик, В. Б. Таранчук (Минск, Беларусь)

Рассматривается задача о распространении вершинного верхового пожара. Считается, что известны скорость ветра и температура окружающей среды, геометрические, структурные и реакционные свойства полога леса, температура и размеры очага воспламенения. Требуется определить: распределения скорости, температуры в приземном слое атмосферы и в пологе леса, концентрации инертных, горючих газов и кислорода, а также условия и скорость распространения лесного пожара.

Математическая модель построена в предположении, что справедливы следующие допущения ([1, 2]): среда считается пятифазной, включающей в себя сухое органическое вещество, воду в жидко-капельном состоянии, коксик, золу и газовую фазу; газовая фаза состоит из кислорода, горючих компонентов продуктов пиролиза, инертных компонентов воздуха, водяного пара и инертных продуктов горения; справедлива однотемпературная модель вершинного верхового пожара; градиент температуры поперек полога леса мал по сравнению с градиентом температуры в продольном направлении; влияние силы Кориолиса и центробежной силы на течение среды мало по сравнению с действием силы тяжести; давление p считается постоянным; скорость ветра в пологе леса для однонаправленного течения в основном зависит от параметров структуры лесного фитоценоза и относительно слабо зависит от координаты и характеристик самого фронта лесного пожара, она принимается равной т. н. равновесной скорости u_∞, вычисляемой по формуле (4.2.7) [1]; разности тепловых (и диффузионных) потоков на верхней и нижней границах полога леса аппроксимируются по формулам Ньютона (4.2.19) [1]; приток тепла в полог леса вследствие излучения от факела пламени пренебрежимо мал.

При решении задачи в зависимости от времени t, координаты x (ось x направлена в сторону невозмущенной скорости ветра, параллельной горизонтальной подстилающей поверхности, начало координат находится в середине первоначального очага пожара), проекции скорости ветра u на подстилающую поверхность определяются ([3]) распределения: температуры T, объемные доли многофазной реагирующей среды φ_j, $j = 1, 2, 3, 4$, где φ_1 соответствует сухому органическому веществу лесных горючих материалов, φ_2 – связанной с ЛГМ воде в жидко-капельном состоянии, φ_3 – коксику, φ_4 – минеральной части ЛГМ; ρ_j, $j = 1, 2, 3, 4$ – истинные плотности j-й фазы; ρ_5 – плотность газовой фазы (смеси газов); массовые концентрации компонентов газовой фазы

c_ν, $\nu = 1, 2, 3$ – c_1 соответствует кислороду (O_2), c_2 – горючим газам (горючим компонентам продуктов пиролиза), c_3 – смеси остальных газов (инертных компонент воздуха, водяного пара, инертных продуктов реакций пиролиза, горения коксика и окисления горючих газов).

Сформулированы начальные и граничные условия, соответствующие характеристикам лесных пожаров в случаях, когда возгорание произошло в очаге конечного размера, а далее горение распространяется и возможны разные сценарии – выход на установившийся режим, затухание. Для замыкания системы уравнений определены путем адаптации математической модели конкретные зависимости, описывающие скорости пиролиза, сушки ЛГМ, догорания коксика и химических реакций в газовой фазе. Соответствующие зависимости подобраны так, чтобы имело место воспроизведение основных параметров, наблюдаемых в лабораторных и натурных экспериментах ([1, 4]).

Из анализа результатов проведенных вычислительных экспериментов следует, что возможны два различных режима протекания вершинного лесного пожара: устойчивого распространения и затухания. Эволюция начальных распределений в сформировавшееся устойчивое состояние может проходить в двух типовых сценариях.

При первом сценарии происходит затухание пожара, распределения массовых концентраций компонентов газовой фазы c_1 и c_2 , температуры T со временем приближаются к соответствующим невозмущенным значениям $c_{1\infty}$, $c_{2\infty}$ и T_∞. После возникновения очага горения происходит распространение лесного пожара на некоторое расстояние по направлению ветра; максимальная температура из-за тепловых потерь уменьшается; после достижения критического значения горение прекращается; области пониженной концентрации кислорода и ненулевой концентрации горючих компонентов пиролиза "отрываются"от остановившихся фронтов пиролиза и сушки ЛГМ, эти области расширяются в направлении потока, значения концентраций под действием конвекции постепенно приближаются к соответствующим значениям в невозмущенной атмосфере.

При другом возможном сценарии процесс горения распространяется по направлению потока без затухания. Рассчитываемые решения имеют характерные участки поведения — по направлению ветра прослеживается наличие зон: выжженная, горения, невыжженная. Детализируя, в зоне горения можно выделить участок интенсивного возрастания температуры; относительно узкую зону, где температура максимальна; участок интенсивного снижения температуры, обусловленный затратами на прогрев и сушку ЛГМ. Слева от зоны максимума температуры имеем коксик, справа -– ЛГМ. На участке возрастания температуры догорает коксик, уже пиролизовались высушенные ЛГМ, сгорели выделившиеся газы. В окрестности максимального значения температуры вследствие пиролиза интенсивно повышается концентрация горючих компонент продуктов пиролиза c_2 (на этом же участке заметно уменьшается объемная доля ЛГМ), концентрация кислорода c_1 вследствие окисления горючих продуктов пиролиза падает почти до нуля, кислорода недостаточно для полного сгорания монооксида углерода (CO). Далее на участке снижения температуры концентрация c_2 относительно медленно понижается до начального уровня. Профили решений (температура T, объемные доли многофазной реагирующей среды φ_j, $j = 1, 2, 3, 4$, массовые концентрации компонентов газовой фазы c_ν, $\nu = 1, 2, 3$) достаточно быстро приобретают асимптотическую форму. Далее в случае равномерного распределения плотности слоя и влагосодержания ЛГМ в невыжженой области профили "переносятся"с незначительными изменениями кривизны по направлению ветра с постоянной скоростью ω_n.

Литература

1. Гришин А. М. *Математическое моделирование лесных пожаров и новые способы борьбы с ними.* Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992.

2. Кулешов А. А. *Математическое моделирование в задачах промышленной безопасности и экологии.* // Информационные технологии и вычислительные системы. 2003. № 4. С. 56–70.

3. Баровик Д. В., Корзюк В. И., Таранчук В. Б. *О компьютерном моделировании пожаров в клиент-серверной архитектуре расчетов, обработки и визуализации результатов (Часть 1)* // Сетевые компьютерные технологии. NTECH'07 Сб. трудов III международной конференции, г. Минск, 17–19 октября 2007 г. /БГУ. Минск: Изд. центр БГУ, 2007. С. 170–176.

4. Frederic Morandini, Xavier Silvani, Lucile Rossi, Paul-Antoine Santoni, Albert Simeoni, Jacques-Henri Balbi, Jean Louis Rossi, Thierry Marcelli. *Fire spread experiment across Mediterranean shrub: Influence of wind on flame front properties* // Fire Safety Journal. 2006. № 3. Vol. 41. P. 229–235.

ПРОБЛЕМЫ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВОГО ПОТОКА В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Н. В. Белова (Россия)

Высокий уровень современных систем автоматического управления и необходимое качество выпускаемой продукции требует разработки новых подходов к решению проблемы повышения точности измерений в переходных режимах работы технологических процессов использующих газ как источник и носитель энергии.

Современной тенденцией при разработке алгоритмов управления сложными техническими объектами является повсеместное внедрение математического описания взаимосвязанных явлений, протекающих в ходе технологического процесса. Зачастую математическая модель технологического процесса представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих каждый из физических процессов. Однако, при описании измерительных систем, играющих важную роль в построении оптимального алгоритма управления, описывают стандартными передаточными звеньями апериодического характера.

При анализе системы измерения параметров газового потока [1] выявлено, что при движении газового потока по трубопроводу происходит взаимодействие первичных преобразователей и несущей среды. Авторами Марийского государственно технического университета разработана нелинейная математическая модель процесса измерения параметров газового потока, включающая в себя аналитическое описание физических процессов при движении газового потока в трубопроводе и процессов взаимодействия первичных преобразователей с газовой средой.

Результаты проведенных исследований показали, что при взаимодействии газового потока и первичных преобразователей, а именно, с термопреобразователем датчика давления и влажности, вносятся существенные погрешности при представлении результатов измерения в переходных режимах работы технологического процесса. Математическая модель является аналитическим описанием физико-химических процессов возникающих при измерении параметров потока. Применение данных математических мо-