$$\mathbf{M} = diag\left(\frac{\varepsilon}{\mu}, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \mu, \mu, \mu, \frac{\mu}{\varepsilon}\right), \mathbf{P} = diag\left(0, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{\rho}{\varepsilon}, 0\right),$$

$$\mathbf{J} = (1,\,1,\,1,\,1,\,1,\,1,\,1,\,1)^T, \Psi = (\varphi_1, E_X, E_Y, -E_Z, -H_Z, H_Y, H_X, \varphi_2)^T,$$

а матрица Θ определяется электромагнитными свойствами среды.

Далее уравнение (1) дополняется граничными условиями, соответствующими конфигурации установки, осуществляющей МАО.

Поиск решения уравнения (1) с граничными условиями авторами осуществлялся на основе использования алгебраического метода разделения переменных.

В результате проведенных исследований авторам удалось в двумерном случае получить ряд аналитических решений, определяющих конфигурацию магнитных полей в рабочей зоне магнитопровода оборудования для МАО деталей машин с различными формами поверхностей.

Полученные результаты как экспериментальных исследований, так и промышленного освоения метода МАО показывают, что его интенсификация безусловно связана с корректным моделированием магнитного поля в рабочей зоне магнитопровода, позволяющим обеспечить рост технико-экномических показателей выпуска продукции.

Литература

1. Ящерицын, П. Ф. Эффективность магнито-абразивной обработки / Н. Я. Скворчевский, Э. Н. Федорович, П. Ф. Ящерицын. Минск: Навука і тэхніка. 1991. 192 с.

2. Хомич, Н. С. Магнито-абразивная обработка изделий / Н. С. Хомич. – Минск: БНТУ. 2006. 256 с.

3. Андрушкевич, И. Е. Алгебраический метод разделения переменных в системе уравнений Максвелла / И.Е. Андрушкевич // в сб.: Тезисы докладов Международной алгебраической конференции «Классы групп и алгебр». Гомель, Беларусь. 5-7 октября 2005 г. С. 32–33.

4. Андрушкевич, И. Е. О матричной формулировке уравнений Максвелла в неоднородных изотропных средах / И. Е. Андрушкевич // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2008. № 1. С. 60–66.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ГЕОТЕХНИКЕ

Ш. Алтынбеков, Е. Курмыш, М. А. Джаманкараева (Казахстан)

В настоящее время теория фильтрационной консолидации грунтов признана достаточно разработанной. Однако, на наш взгляд, недостаточно исследованы задачи сопряжения механики неоднородных масс. В связи с этим, в последнее время прогнозу деформации различных промышленно-гражданских, гидротехнических и нефтяных зданий и сооружений, возведенных на неоднородных по структурной прочности различных грунтовых основаниях, проявлен большой интерес.

Постановка задачи и ее решения Рассмотрим процесс уплотнения грунта различной структурной прочности в виде параллелепипеда под действием распределенной нагрузки q, приложенной к части наружной площади. При этом предполагаем, что:

- процесс уплотнения каждой структуры грунта подчинен модели Терцаги-В.А. Флорина;

- на поверхности уплотняемого массива грунта происходит свободный водообмен со средой, а на поверхности соприкосновения выполняются условия сопряжений.

Тогда решение задачи сопряжения теории фильтрационной консолидации неоднородных грунтов, в частности, может быть сведено к решению краевых задач.

$$\frac{\partial H_s}{\partial t} = C_{vs}(x_3)\left(K_{1s}\frac{\partial^2 H_s}{\partial x_1^2} + K_{2s}\frac{\partial^2 H_s}{\partial x_2^2} + K_{3s}\frac{\partial^2 H_s}{\partial x_3^2}\right),$$

$$C_{vs}(x_3) = \frac{1+\varepsilon_{0s}}{a_{0s}} \cdot \frac{1+2\xi_0 e^{\alpha_{4s}x_3}}{\alpha_{1s}+\alpha_{2s}e^{-\alpha_{3s}x_3}}, \quad s=1,2,3,$$

$$H_s(x_1,x_2,x_3,\tau_1) = H_{0s}(x_1,x_2,x_3),$$

$$\mp\chi_{\beta 1}^{(\alpha)}\frac{\partial H_1}{\partial x_\beta} + \chi_{\beta 1}^{(\alpha+1)}H_1\Big|_{x_\beta=\mp\ell_\beta} = 0, \quad \alpha=1,2,3, \quad \beta=1,2,$$

$$-\chi_{3\beta}^{(1)}\frac{\partial H_\beta}{\partial x_3} + \chi_{3\beta}^{(2)}H_\beta\Big|_{x_3=\pm\ h\ \beta} = 0, \quad \beta=1,2; \quad h_1>0, \quad h_2<0, \quad x_2<0,$$

$$H_1|_{x_3=0} = H_2|_{x_3=-0}, \quad K_{31}\left.\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\right|_{x_3=0} = K_{32}\left.\frac{\partial H_2}{\partial x_3}\right|_{x_3=-0},$$

$$-\chi_{31}^{(1)}\frac{\partial H_1}{\partial x_3} + \chi_{31}^{(2)}H_1\Big|_{x_3=h_1} = 0, \quad -\chi_{33}^{(1)}\frac{\partial H_3}{\partial x_3} + \chi_{33}^{(2)}H_3\Big|_{x_3=-h_2} = 0, \quad x_2>0,$$

$$H_1|_{x_3=0} = H_3|_{x_3=-0}, \quad K_{31}\left.\frac{\partial H_1}{\partial x_3}\right|_{x_3=0} = K_{33}\left.\frac{\partial H_3}{\partial x_3}\right|_{x_3=-0},$$

$$\mp\chi_{12}^{(\alpha)}\frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \chi_{12}^{(\alpha+1)}H_2\Big|_{x_1=\mp\ell_1} = 0, \quad \alpha=1,2,3,$$

$$\mp\chi_{2\beta}^{(1)}\frac{\partial H_\beta}{\partial x_\beta} + \chi_{2\beta}^{(2)}H_\beta\Big|_{x_2=\pm\ \ell_2} = 0, \quad \beta=2,3,$$

$$H_2|_{x_2=-0} = H_3|_{x_2=0}, \quad K_{22}\left.\frac{\partial H_2}{\partial x_2}\right|_{x_2=-0} = K_{23}\left.\frac{\partial H_3}{\partial x_2}\right|_{x_2=0},$$

решениями которого являются

$$H_s(x_1,x_2,x_3,t) = \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} D_{sijk}\left(\cos\frac{\mu_{si}}{\sqrt{K_{1s}}}x_1 + A_{si}\sin\frac{\mu_{si}}{\sqrt{K_{1s}}}x_1\right)\times$$

$$\times\left(\cos\frac{\mu_{sj}}{\sqrt{K_{2s}}}x_2 + B_{sj}\sin\frac{\mu_{sj}}{\sqrt{K_{2s}}}x_2\right)\cdot \mathrm{V}_{sv_{ij}}\left(\frac{2\lambda_{sijk}}{\alpha_{5s}\sqrt{K_{3s}}}e^{-\frac{\alpha_{5s}}{2}x_3}\right)\cdot e^{-C_{0s}\lambda_{sijk}^2\cdot t}.$$

Здесь H_s – избыточный напор поровой жидкости; $K_{\alpha s}$– коэффициент фильтрации; $\chi_{1s}^{(1)}$, $\chi_{1s}^{(2)}, \ldots, \chi_{3s}^{(4)}$ – коэффициенты водоотдачи; μ_{si}, μ_{sj} – положительные корни системы уравнений, составленной из комбинации тригонометрических функций; $\mathrm{V}_{sv_{ij}}(x_3)$– функции, составленные из комбинаций функций Бесселя первого и второго рода индекса v_{sij};

λ_{sijk} – положительные корни уравнения, составленного из комбинации этих функций; $D_{sijk}, A_{si}, B_{sj}, \alpha_{5s}$, C_{0s} – известные коэффициенты и параметры.

Для решения дифференциального уравнения вида

$$Z''(x_3) + \frac{\lambda^2 \left(\frac{\alpha_{13}+\alpha_{23}e^{\alpha_3 x_3}}{1+2\xi_0 e^{-\alpha_{4s}x_3}}\right) - (v^2+\rho^2)}{K_{3s}} Z(x_3) = 0$$

был применен метод аппроксимации (Алтынбеков Ш., 1995).

Расчет осадки грунтовых оснований произведен по методу послойного суммирования.

Выводы

- Полученные результаты показывают, что величины уплотняющих нагрузок, приложенных к нижним слоям грунтовых массивов, зависят от нагрузки приложенной к верхнему слою и от коэффициентов проницаемости грунтов, а также от пути фильтрации.
- Если земляная масса каждого структурного слоя является несыпучей связной средой, то осадки в нижних слоях незначительны.
- Если деформационные свойства одного из нижних слоев велики, то происходит неравномерная осадка грунтовых оснований, что нежелательно.

Литература

Алтынбеков Ш. *Об одном методе аппроксимации* //Узбекский журнал "Проблемы механики". 1995. №3–4. С. 5–7.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРЕХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОПУЛЯЦИЙ

М. А. Аматов, Г. М. Аматова, О. А. Ишкова, Н. А. Чеканов (Белгород, Россия)

В работе для описания динамики численности трех взаимодействующих биологических популяций: хищник $z(t) \geqslant 0$ и две его жертвы $x(t) \geqslant 0$, $y(t) \geqslant 0$ предложена математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений, правая часть которой имеет разрыв на поверхности S.

В тезисах настоящего доклада рассмотрен случай, когда поверхностью разрыва является плоскость $S : \{y = x\}$, которая разбивает октант $\mathbb{R}^3_+\{x \geqslant 0, y \geqslant 0, z \geqslant 0\}$ на две области: $G^+ = \{(x, y, z)|0 < x < \infty, x < y < \infty, 0 < z < \infty\}$ и $G^- = \{(x, y, z)|0 < x < \infty, 0 < y < x, 0 < z < \infty\}$. Система дифференциальных уравнений в области G^+ имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = x(a - b_2 z), \\ \dot{y} = y(c - d_2 z), \\ \dot{z} = z(-e + h_1 x + g_1 y), \end{cases} \tag{1}$$

а в области G^- следующий вид

$$\begin{cases} \dot{x} = x(a - b_1 z), \\ \dot{y} = y(c - d_1 z), \\ \dot{z} = z(-e + h_2 x + g_2 y). \end{cases} \tag{2}$$