УДК 517.9

М.А. ЗАРЕНОК

p-АДИЧЕСКОЕ ЯДРО ДИРИХЛЕ И СХОДИМОСТЬ МНОГОМЕРНОГО РЯДА ФУРЬЕ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНЫХ И СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ НА $\mathbb{Z}_p^n$

Convergence of Fourier series for continuous and integrable complex-valued functions on $\mathbb{Z}_p^n$ is discussed. Notions *p*-adic Dirichlet kernel Fourier series partial sum and *p*-adic Steklov average are introduced. Formula representing Fourier series partial sum using *p*-adic Dirichlet kernel is derived. These partial sums turn out to be Steklov average. We prove that Fourier series for integrable function converge both with respect to the norm in $L_1(\mathbb{Z}_p^n)$ and almost everywhere. We show that Fourier series for continuous function converges uniformly on $\mathbb{Z}_p^n$.

В статье рассматривается вопрос сходимости ряда Фурье для непрерывных и суммируемых комплекснозначных функций на $\mathbb{Z}_p^n$, где $\mathbb{Z}_p$ – кольцо целых *p*-адических чисел. Одним из полученных результатов является определение порядка суммирования ряда Фурье и понятия ядра Дирихле на множестве $\mathbb{Z}_p^n$. Данный вопрос актуален, так как в действительном многомерном случае характер сходимости ряда Фурье существенно зависит от порядка суммирования. В работе (теорема 5) показано, что ряд Фурье непрерывной на $\mathbb{Z}_p^n$ функции сходится равномерно на $\mathbb{Z}_p^n$. Ряд Фурье суммируемой функции $f \in L_1(\mathbb{Z}_p^n)$ сходится по норме $L_1(\mathbb{Z}_p^n)$ (теорема 3), а также – точечно почти всюду на $\mathbb{Z}_p^n$ (теорема 4). Доказательство теорем о сходимости рядов Фурье основывается на том, что частичные суммы ряда Фурье являются осреднением по Стеклову (теорема 2). Основы p-адического анализа можно найти в [1, 2].

Замкнутый шар с центром в точке a радиуса p^γ обозначим через $B[a, p^\gamma]$, а функцию-индикатор множества $A \subset \mathbb{Q}_p^n$ – через I_A. Характером φ абелевой топологической группы G называется непрерывный гомоморфизм из абелевой группы G в мультипликативную группу $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$. Всякий аддитивный характер группы $G = \mathbb{Q}_p$ будет аддитивным характером группы $B[0, p^\gamma]$, $\gamma \in \mathbb{Z}$. Обозначим $\chi_p(x) \doteqdot \exp(2\pi i \{x\}_p)$, где $\{x\}_p$ – дробная часть числа $x \in \mathbb{Q}_p$. Известно [1], что произвольный аддитивный характер на $\mathbb{Z}_p$ имеет вид $\chi(x) = \chi_p(kx)$, где $k \in \mathbb{Q}_p$ имеет нулевую целую часть. Такие k находятся во взаимно однозначном соответствии с элементами факторгруппы $\mathbb{Q}_p / \mathbb{Z}_p$.

Определение 1. Частичной суммой ряда Фурье функции $f(t) : \mathbb{Z}_p \to \mathbb{C}$ будем называть функцию $(S_N f)(x) = \sum_{|k| \le p^N} c_k \chi_p(kx)$, где $c_k = \int_{\mathbb{Z}_p} f(t)\overline{\chi_p(kt)}dt$, $k \in \mathbb{Q}_p / \mathbb{Z}_p$.

Вопрос сходимости рядов Фурье различных классов функций, а именно $L_1(\mathbb{Z}_p)$ и $C(\mathbb{Z}_p)$, был рассмотрен Тейблесоном. Его результат в наших обозначениях таков.

Теорема 1 ([4]). *(а) Если $f \in L_1(\mathbb{Z}_p)$, то частичные суммы ряда Фурье $(S_N f)(x)$ сходятся к $f(x)$ почти всюду. (б) Если $f \in L_q(\mathbb{Z}_p)$, $1 \le q < +\infty$, то частичные суммы ряда Фурье $(S_N f)(x)$ сходятся к $f(x)$ по норме $L_q(\mathbb{Z}_p)$. (в) Если $f \in C(\mathbb{Z}_p)$, то частичные суммы ряда Фурье $(S_N f)(x)$ сходятся к $f(x)$ равномерно.*

Обозначим $\mathbb{Z}_p^n$ через G. Очевидно, что G – компактная группа. Пусть $H_0 \subseteq G$ – открыто компактная подгруппа, а $H_N = p^N H_0 \subset \mathbb{Z}_p^n$. С учетом двойственности Понтрягина [6] имеем последовательности $H \to G \twoheadrightarrow G/H$, $\hat{H} \twoheadleftarrow \hat{G} \leftarrow \widehat{G/H} = H_G^\perp$. Факторгруппа компактной группы по открытой подгруппе является конечной. Так как $(H_N)_G^\perp \cong G/H_N$, то $(H_N)_G^\perp$ имеет конечное число элементов.

Определение 2. Частичной суммой ряда Фурье функции $f(t) : \mathbb{Z}_p^n \to \mathbb{C}$ будем называть функцию $(S_N f)(x) = \sum_{k \in (H_N)_G^\perp} f_k \chi_p((k, x))$, где $(k, x) = \sum_{j=1}^n k_j x_j$, k_j – представитель класса смежности из $\mathbb{Q}_p / \mathbb{Z}_p$ такой, что $[k_j]_p = 0$. Коэффициенты Фурье находим по формуле $f_k = \int_{\mathbb{Z}_p^n} f(t)\overline{\chi_p((k, t))}dt$.

Определение 3. Ядром Дирихле степени N будем называть функцию $D_N : \mathbb{Z}_p^n \to \mathbb{C}$, определяемую равенством $D_N(x) = \sum_{k \in (H_N)_G^\perp} \chi_p((k, x)) = \sum_{k \in (H_N)_G^\perp} \chi_p(k_1 x_1 + k_2 x_2 + \ldots + k_n x_n)$.

Определение 4. Средним по Стеклову от функции $f : \mathbb{Z}_p^n \to \mathbb{C}$ называется функция $(A_\delta f)(t) = \frac{1}{\mu(B[t, \delta])} \int_{\mathbb{Z}_p^n} f(\tau) I_{B[t,\delta]}(\tau) d\tau = \frac{1}{\mu(B[t, \delta])} \int_{B[t,\delta]} f(\tau) d\tau, \delta > 0$, где $B[t, \delta] = B[t_1, \delta_1] \times \ldots \times B[t_n, \delta_n]$, $I_{B[t,\delta]}(\tau) = \prod_{i=1}^n I_{B[t_i, \delta_i]}(\tau_i)$, а $\mu(B[t, \delta]) = \prod_{i=1}^n \mu(B[t_i, \delta_i])$.

Рассмотрим подгруппу, которая имеет специальную структуру. Пусть $H_0=(p^{\alpha_1}\mathbb{Z}_p)\times(p^{\alpha_2}\mathbb{Z}_p)\times\ldots\times(p^{\alpha_n}\mathbb{Z}_p)$. В общем случае $(H_0)_G^{\perp}=0_{G/H_0}\subset G/H_0$. С учетом выбора группы H_0 получаем, что если $k\in(H_0)_G^{\perp}$, то $|k_i|_p\le p^{\alpha_i}$, $i=\overline{1,n}$, а значит, для $k\in(H_N)_G^{\perp}$ имеем оценку $|k_i|_p\le p^{N+\alpha_i}$, $i=\overline{1,n}$.

Лемма 1. *Ядро Дирихле выражается при помощи формулы*

$$D_N(x)=\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}\chi_p((k,x))=\prod_{i=1}^{n}(p^{\alpha_i+N}I_{B[0,p^{-(\alpha_i+N)}]}(x_i)),\ \textit{где}\ x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in\mathbb{Z}_p^n.$$

Доказательство.

$$\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}\chi_p((k,x))=\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}\chi_p(k_1x_1+k_2x_2+\ldots+k_nx_n)=\sum_{|k_i|_p\le p^{\alpha_i+N},\,i=\overline{1,n}}\left(\prod_{i=1}^{n}\chi_p(k_ix_i)\right)=$$

$$=\sum_{|k_1|_p\le p^{\alpha_1+N}}\ldots\sum_{|k_n|_p\le p^{\alpha_n+N}}\chi_p(k_1x_1)\ldots\chi_p(k_nx_n)=\sum_{|k_1|_p\le p^{\alpha_1+N}}\chi_p(k_1x_1)\ldots\sum_{|k_n|_p\le p^{\alpha_n+N}}\chi_p(k_nx_n)=$$

$$=(p^{\alpha_1+N}I_{B[0,p^{-(\alpha_1+N)}]}(x_1))\cdot\ldots\cdot(p^{\alpha_n+N}I_{B[0,p^{-(\alpha_n+N)}]}(x_n))=\prod_{i=1}^{n}(p^{\alpha_i+N}I_{B[0,p^{-(\alpha_i+N)}]}(x_i)).\square$$

Теорема 2. *Частичная сумма ряда Фурье функции является средним по Стеклову.*

Доказательство.

$$(S_Nf)(x)=\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}f_k\chi_p((k,x))=\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}\left(\int_{\mathbb{Z}_p^n}f(t)\overline{\chi_p((k,t))}dt\right)\chi_p((k,x))=$$

$$=\int_{\mathbb{Z}_p^n}\left(\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}f(t)\overline{\chi_p((k,t))}\chi_p((k,x))\right)dt=\int_{\mathbb{Z}_p^n}\left(\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}f(t)\chi_p((k,-t))\chi_p((k,x))\right)dt=$$

$$=\int_{\mathbb{Z}_p^n}\left(\sum_{k\in(H_N)_G^{\perp}}f(t)\chi_p((k,x-t))\right)dt=\int_{\mathbb{Z}_p^n}f(t)\prod_{i=1}^{n}\left(p^{N+\alpha_i}I_{[0,p^{-(N+\alpha_i)}]}(x_i-t_i)\right)dt=$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left(p^{N+\alpha_i}\right)\int_{\mathbb{Z}_p^n}f(t)\prod_{i=1}^{n}\left(I_{[0,p^{-(N+\alpha_i)}]}(x_i-t_i)\right)dt=$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left(p^{N+\alpha_i}\right)\int_{\mathbb{Z}_p^n}f(t)\prod_{i=1}^{n}I_{[x_i,p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i)dt=(A_{\alpha_N}f)(x),\ \text{где}\ \alpha_N=(p^{-(N+\alpha_1)},\ldots,p^{-(N+\alpha_n)}).\square$$

Пусть $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)$, где $\alpha_i\in\mathbb{N},i=\overline{1,n}$, упорядочены естественным образом. Тогда $B[x,p^{-\alpha}]=\prod_{i=1}^{n}B[x_i,p^{-\alpha_i}]$.

Теорема 3. *Для любой функции $f(x)\in L_1(\mathbb{Z}_p^n)$ средние по Стеклову $(A_{p^{-\alpha}}f)(t)$ являются локально постоянными функциями и, как следствие, равномерно непрерывными. Имеет место сходимость средних по Стеклову $A_{p^{-\alpha}}f$ по норме $L_1(\mathbb{Z}_p^n)$, а значит, и частичных сумм ряда Фурье S_Nf.*

Доказательство. Зафиксируем $\varepsilon>0$. Пусть $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n)$ и $x,y\in\mathbb{Z}_p^n$ такие, что $|x_i-y_i|_p<p^{-\alpha_i}$ для любого $i=\overline{1,n}$, из чего следует, что $I_{B[x,p^{-\alpha}]}(t)=I_{B[y,p^{-\alpha}]}(t)$ для любого $t\in\mathbb{Z}_p^n$, так как $B[x,p^{-\alpha}]=B[y,p^{-\alpha}]$. Тогда

$$|(A_{p^{-\alpha}}f)(x)-(A_{p^{-\alpha}}f)(y)|=\left|\frac{1}{\mu(B[x,p^{-\alpha}])}\int_{\mathbb{Z}_p}f(\tau)(I_{B[x,p^{-\alpha}]}(\tau)-I_{B[y,p^{-\alpha}]}(\tau))\right|=0.$$

Это означает, что средние по Стеклову $(A_{p^{-\alpha}}f)$ являются локально постоянными функциями и, в частности, равномерно непрерывными. Далее,

$$\rho(f(t),(A_{p^{-\alpha}}f)(t))=\int_{\mathbb{Z}_p^n}\left|f(t)-\frac{1}{\mu(B[t,p^{-\alpha}])}\int_{B[t,p^{-\alpha}]}f(\tau)d\tau\right|dt=$$

$$= \int_{\mathbb{Z}_p^n} \left| \frac{1}{\mu(B[t, p^{-\alpha}])} \int_{B[t,p^{-\alpha}]} f(t)d\tau - \frac{1}{\mu(B[t, p^{-\alpha}])} \int_{B[t,p^{-\alpha}]} f(\tau)d\tau \right| dt \le$$

$$\le \frac{1}{\mu(B[t, p^{-\alpha}])} \int_{\mathbb{Z}_p^n} \int_{B[t,p^{-\alpha}]} |f(t) - f(\tau)| \, d\tau dt = [\tau - t = s] =$$

$$= \frac{1}{\mu(B[t, p^{-\alpha}])} \int_{\mathbb{Z}_p^n} \int_{B[0,p^{-\alpha}]} |f(t) - f(t+s)| \, dsdt = \frac{1}{\mu(B[t, p^{-\alpha}])} \int_{B[0,p^{-\alpha}]} \int_{\mathbb{Z}_p^n} |f(t) - f(t+s)| \, dtds.$$

Так как $f(t) \in L_1(\mathbb{Z}_p^n)$, то при малых s имеет место следующее неравенство: $\int_{\mathbb{Z}_p^n} |f(t) - f(t+s)| \, dt < \varepsilon.$

Тогда $\frac{1}{\mu(B[t, p^{-\alpha}])} \int_{B[0,p^{-\alpha}]} \int_{\mathbb{Z}_p^n} |f(t) - f(t+s)| \, dtds < \varepsilon.$ Таким образом, $\rho(f(t), (A_{p^{-\alpha}} f)(t)) \to 0$ при $\alpha \to \infty$, что означает сходимость средних по Стеклову по норме $L_1(\mathbb{Z}_p^n)$. □

Определение 5. Максимальной функцией Харди – Литлвуда называется функция $\mathcal{M} : L_1(\mathbb{Z}_p^n) \to L_1(\mathbb{Z}_p^n)$, определяемая следующей формулой:

$$(\mathcal{M}f)(x) = \sup_{\delta} \left\{ \frac{1}{\mu(B[x, \delta])} \int_{B[x,\delta]} |f(t)| \, dt \right\},$$

где $B[x, \delta] = B[x_1, \delta_1] \times \ldots \times B[x_n, \delta_n]$, а $\mu(B[x, \delta]) = \prod_{i=1}^{n} \mu(B[x_i, \delta_i])$.

Лемма 2 (Харди – Литлвуда). *Если* $f(x) \in L_1(\mathbb{Z}_p^n)$, *то для всех* $\alpha > 0$ $(\mathcal{M}f)(x)$ *удовлетворяет неравенству* $\mu(\{(\mathcal{M}f)(x) > \alpha\}) \le c \frac{\|f\|_{L_1}}{\alpha}$.

Доказательство. Пусть $A = \{x \in \mathbb{Z}_p^n : (\mathcal{M}f)(x) > \alpha\}$, тогда для любого $x \in A$ существует шар $B_x := B[x, \delta_x] = B[x_1, \delta_{x_1}] \times \ldots \times B[x_n, \delta_{x_n}] \subseteq \mathbb{Z}_p^n$ такой, что

$$\frac{1}{\mu(B_x)} \int_{B_x} |f(t)| \, dt > \alpha. \tag{1}$$

Обозначим через $B = \bigcup_{x \in A} B_x$. Очевидно, что $A \subset B$. Из регулярности меры Хаара следует, что существует компактное множество $A^* \subseteq A$ такое, что $(1-\varepsilon)\mu(A) \le \mu(A^*)$, где ε фиксированное число и $0 < \varepsilon < 1$. Тогда из покрытия $\{B_x\}_{x \in A}$, которое также является покрытием A, можно выделить конечное подпокрытие $\coprod_{k=1}^{n} B_{x_k} \supseteq A$, которое можно выбрать дизъюнктным в силу того, что в $\mathbb{Q}_p^n$ два параллелепипеда всегда либо не пересекаются, либо один содержится в другом [1]. Из неравенства (1) следует, что $\mu(B_x) < \frac{1}{\alpha} \int_{B_x} |f(t)| \, dt$. Тогда с учетом $\coprod_{k=1}^{n} B_{x_k} \subseteq \mathbb{Z}_p^n$ и предыдущей формулы имеем

$$(1-\varepsilon)\mu(A) \le \mu(A) \le \sum_{k=1}^{n} \mu(B_{x_k}) < \frac{1}{\alpha} \sum_{k=1}^{n} \int_{B_{x_k}} |f(t)| \, dt \le \frac{1}{\alpha} \int_{\mathbb{Z}_p^n} |f(t)| \, dt = \frac{1}{\alpha} \|f\|_{L_1}.$$

Из чего следует, что $\mu(\{(\mathcal{M}f)(x) > \alpha\}) \le \frac{\|f\|_{L_1}}{\alpha(1-\varepsilon)}$. □

Отметим, что приведенное выше доказательство *p*-адической леммы Харди – Литлвуда значительно проще действительного аналога.

Теорема 4. *Если* $f(x) \in L_1(\mathbb{Z}_p^n)$, *то средние по Стеклову* $(A_{p^{-\alpha}} f)(x)$ *сходятся к* $f(x)$ *для почти всех* $x \in \mathbb{Z}_p^n$, *значит, сходятся почти всюду частичные суммы ряда Фурье.*

Доказательство. Имеем $|(A_{p^{-\alpha}} f)(x) - f(x)| \le \frac{1}{\mu(B[x, p^{-\alpha}])} \int_{B[x,p^{-\alpha}]} |f(t) - f(x)| dt.$

Отметим, что если $f \in C(\mathbb{Z}_p^n)$, то для заданного $x \in \mathbb{Z}_p^n$ и $\varepsilon > 0$ существует параллелепипед $B[x, p^{-\alpha}]$ такой, что $|f(x) - f(t)| < \varepsilon$ для любой точки $t \in B[x, p^{-\alpha}]$, следовательно, $\frac{1}{\mu(B[x, p^{-\alpha}])} \int_{B[x,p^{-\alpha}]} |f(x) - f(t)|\, dt < \varepsilon$. Получаем, что для любой точки непрерывности функции выполняется

$$\lim_{\alpha \to +\infty} \frac{1}{\mu(B[x, p^{-\alpha}])} \int_{B[x,p^{-\alpha}]} |f(x) - f(t)|\, dt = 0. \qquad (2)$$

Определим на $L_1(\mathbb{Z}_p^n)$ оператор $\mathcal{L}$ следующим образом:

$$(\mathcal{L}f)(x) = \lim_{\alpha \to +\infty} \frac{1}{\mu(B[x, p^{-\alpha}])} \int_{B[x,p^{-\alpha}]} |f(t) - f(x)|\, dt.$$

Несложно видеть, что имеет место неравенство $(\mathcal{L}f)(x) \le (\mathcal{M}f)(x) + |f(x)|$.

Пусть $\varepsilon > 0$. Существует непрерывная функция $\varphi \in L_1(\mathbb{Z}_p^n)$ такая, что $\|f - \varphi\|_{L_1} < \varepsilon$. В качестве функции φ по теореме 3 можно взять функцию $(A_\alpha f)(t)$. Из (2) вытекает, что для непрерывной функции $\mathcal{L}\varphi(x) = 0$. С учетом этого $(\mathcal{L}f)(x) = \mathcal{L}(f - \varphi + \varphi)(x) \le$ $\le \mathcal{L}(f - \varphi)(x) + (\mathcal{L}\varphi)(x) = \mathcal{L}(f - \varphi)(x) \le \mathcal{M}(f - \varphi)(x) + |f(x) - \varphi(x)|$. Тогда $\forall \alpha > 0$ имеем $\{(\mathcal{L}f)(x) > \alpha\} \subset \{\mathcal{M}(f - \varphi)(x) > \alpha/2\} \cup \{|f(x) - \varphi(x)| > \alpha/2\}$. Используя утверждение леммы Харди – Литлвуда и неравенство Чебышева для $|f - \varphi|$, получаем $\mu(\{(\mathcal{L}f)(x) > \alpha\}) \le 2\frac{c\|f - \varphi\|_{L_1}}{\alpha} + 2\frac{\|f - \varphi\|_{L_1}}{\alpha} \le \frac{C\varepsilon}{\alpha}$.

Предыдущее неравенство верно для любого $\varepsilon > 0$, следовательно, $\mu(\{(\mathcal{L}f)(x) > \alpha\}) = 0$. Поскольку $\alpha > 0$ произвольное, то $(\mathcal{L}f)(x) = 0$ почти всюду. Из чего и следует утверждение теоремы. □

Определение 6. Глобальным модулем непрерывности функции $f(t) : \mathbb{Z}_p^n \to \mathbb{C}$ будем называть функции $\omega_f(\delta) = \sup\{|f(s) - f(t)| : |s_i - t_i|_p \le \delta_i, i = 1, \ldots, n\}$. Также будем считать, что в точке 0 модуль непрерывности равен 0, т. е. $\omega_f(0) = 0$.

Функция $\omega_f(\delta)$ неотрицательна и монотонно не возрастает при $\delta \to 0$. Из равномерной непрерывности f на $\mathbb{Z}_p^n$ следует, что $\lim_{\delta \to +0} \omega_f(\delta) = 0$.

Теорема 5. *Пусть $f(x) \in C(\mathbb{Z}_p^n)$, тогда ряд Фурье сходится равномерно на $\mathbb{Z}_p^n$.*

Доказательство. С учетом того, что $\prod_{i=1}^n p^{N+\alpha_i} \int_{\mathbb{Z}_p^n} \prod_{i=1}^n I_{B[x_i, p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i) dt = 1$, имеем

$$|f(x) - (S_N f)(x)| = \left| f(x) - \prod_{i=1}^n p^{N+\alpha_i} \int_{\mathbb{Z}_p^n} f(t) \prod_{i=1}^n I_{B[x_i, p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i) dt \right| =$$

$$= \left| \prod_{i=1}^n p^{N+\alpha_i} \int_{\mathbb{Z}_p^n} f(x) \prod_{i=1}^n I_{B[x_i, p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i) dt - \prod_{i=1}^n p^{N+\alpha_i} \int_{\mathbb{Z}_p^n} f(t) \prod_{i=1}^n I_{B[x_i, p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i) dt \right| \le$$

$$\le \prod_{i=1}^n p^{N+\alpha_i} \int_{\mathbb{Z}_p^n} |f(t) - f(x)| \prod_{i=1}^n I_{B[x_i, p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i) dt \le$$

$$\le \sup\{|f(x) - f(t)| : |x_i - t_i|_p \le p^{-(N+\alpha_i)}, i = 1, \ldots, n\} \left| \prod_{i=1}^n p^{N+\alpha_i} \int_{\mathbb{Z}_p^n} \prod_{i=1}^n I_{B[x_i, p^{-(N+\alpha_i)}]}(t_i) dt \right| \le$$

$$\le \sup\{|f(x) - f(t)| : |x_i - t_i|_p \le p^{-(N+\alpha_i)}, i = 1, \ldots, n\} = \omega_f(\alpha_{p^{-\alpha_N}}),$$

где $\alpha_N = (p^{-(N+\alpha_1)}, \ldots, p^{-(N+\alpha_n)})$. Так как $f(x) \in C(\mathbb{Z}_p^n)$, то $\omega_f(\alpha_N) \to 0$ при $N \to \infty$, значит, $|f(x) - (S_N f)(x)| \to 0$ при $N \to \infty$. □