

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ФИЛОСОФИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ В РАБОТАЮЩИХ ПРОГРАММАХ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Н. В. Михайлова

*Минский государственный высший
радиотехнический колледж
Минск, Беларусь
E-mail: erovenko@bsu.by*

В центре внимания философии математики XXI века, по-прежнему, находится «работающая математика». Безотказная эффективность современной математики возможна лишь потому, что она представляет в своих теориях объективную реальность. Что касается различных подходов к обоснованию математики, то они, вообще говоря, представляют собой одинаково возможные способы рассматривать математическую деятельность, связывая ее в философском единстве с другими областями знания. Современная философия математики исходит из множественности способов объяснения изучаемых явлений, поскольку вынуждена признать не только ее ограниченность, но и неполноту. В широком смысле проблема обоснования математики не получила пока разрешения, поскольку в настоящее время философы математики пришли к пониманию того, что ее решение лежит за пределами чисто логико-математического подхода и относится к интеллектуальному оснащению математического знания.

Современная философия математики вступила в период, когда проверяется ее способность дать адекватный ответ на наиболее важные вопросы обоснования математики. Общая тенденция развития теории познания и философии науки привела к необходимости переосмысления современных концепций обоснования математики. История математики знает немало примеров, когда ушедшие в прошлое споры оказывались вновь созвучными современному уровню развития науки. Философия традиционно полагается сферой «вечных вопросов», а философия науки – не исключение, хотя у философов математики существует мнение, что в этой области все-таки можно рассчитывать на однозначность, определенность и конструктивность некоторых решений. Самая известная проблема такого рода в философии науки – это теорема Гёделя и соотношение формального и неформального в математической теории. Их философское осмысление показывает, что прямые рациональные действия в сложной методологической ситуации приводят иногда к результатам, противоположным ожидаемым.

Элементы дополнительности как нового стиля мышления и способа научного исследования появились задолго до окончательного формирования этой методологической концепции, способствовавшей снятию противоречий между понятиями классической механики и квантовой физики. В современной математике соответствующие аналогии можно проследить на примере введения чисто экзистенциальных доказательств, основанных на теории бесконечных множеств, оказавшей существенное влияние на развитие всей мате-

матики. Это, пожалуй, наиболее серьезное методологическое изменение, прошедшее в математике со времен древнегреческой науки. Для современной философии математики остается проблематичным отношение математического мышления к наблюдаемой реальности. Для античности главная методологическая проблема состояла в таком разграничении математических абстракций и опыта, которое оставляло бы возможность понять способы приложений математики. В науке Нового времени природа стала мыслиться как сложная структура, допускающая математическое исследование не только внешних форм, но и ее внутренних законов, что способствовало распространению взглядов идентичности математики и теоретической физики.

Математическая наука не знает предложений, истинность которых может подлежать дискуссии, поскольку пока утверждение не доказано, оно вообще говоря не входит в математическое знание. Поэтому в математике нет «промежуточных» ситуаций. Но в вопросах логического и философского обоснования современной математики дискуссии возможны и даже, в определенном смысле, неизбежны. В каждой философско-методологической системе обоснования есть своя доля истины и их синтез возможен и необходим, если необходимо взаимопонимание различных направлений философии математики. Становление философской идеи неизбежно проходит стадию сравнительных исследований. В этот период понятие «сравнение», в контексте нашего исследования, приобретает значение понимания, осмысления и усвоения ценностей различных программ обоснования математики. Заметим, что в философской литературе понятия «сравнительная философия» и «философская компаративистика» в широком смысле слова, рассматриваются как синонимы. Широко понимаемая сравнительная философия существовала всегда, так как любой исследователь философских проблем рассматривает несколько альтернативных точек зрения и пытается сравнить их для поиска лучшего решения проблемы.

Теоретико-множественная парадигма философии математики является господствующей во всей современной математике. Вместе с конструктивной математикой ее оказалось вполне достаточно для успешного функционирования математики XX века. Демаркационная линия формализма и интуиционизма в математике зависит от философских программ, так как, что считать в них логикой, а что математикой определяется в значительной степени целями философско-методологического исследования, например, в разном понимании концепции полноты. Философской интерпретацией первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики является убеждение, что теоретико-числовая истина превосходит доказуемость в арифметике, поэтому методологически оправдан переход от полноты к более фундаментальному понятию целостности. Хотя вторая теорема Гёделя о неполноте ставит под сомнение способность человеческого разума к доказательству непротиворечивости сложных формальных систем. Благодаря гёделевским результатам в современной философии математики стал возрождаться математический платонизм.

Осмысление философско-математической культуры в единстве ее историко-мировоззренческих уровней возможно только в диалоге, который до сих пор ведется по отношению к методологическим установкам к математике, по рационалистическим предпосылкам и по логико-математическим аксиомам. Использование философской компаративистики в таком диалоге – это выявление того, что всегда было присуще математике, но приобретает принципиальное значение в проблеме обоснования математики именно на современном этапе историко-философского осмысления математического знания. Отличия в традиционных программах обоснования математики имели не только математический, но и философский характер. Они особенно ярко проявились, прежде всего, в различии подходов при рассмотрении проблем, связанных с идеей бесконечности. Для сохранения наибо-

лее важных и содержательных результатов, полученных ранее классической математикой, необходимо было обоснование используемой в ней абстракции актуальной бесконечности. Суть методологического подхода Гильберта состояла в том, чтобы формализовать математику, использующую абстракцию актуальной бесконечности и сделать ее объектом метаматематического исследования.

Негативный аспект противостоящего этому интуиционистского подхода Брауэра состоял в отрицании основных понятий классической теоретико-множественной математики, а позитивный – в выделении конструктивных направлений в математике. Эти два основных подхода к обоснованию математики, которыми являются интуиционизм и формализм, заострили философскую дилемму интуитивного и дискурсивного, с точки зрения содержательного и формального в математике. Различия между основными программами обоснования – формализма и интуиционизма – были в определенной степени взаимодополнительными. Концептуальной идее дополнительности или «составленности» в описании программ обоснования математики противостояла идея целостности или неразрывности ее описания, философская традиция которой восходит к известным мировоззренческим взглядам Платона. Компаративистская методология дает возможность интерпретировать реальные подходы к обоснованию в общеполитических категориях, чтобы понять логику и тенденции развития философии математики.

Работающие математики практически не сомневаются в том, что математика в целом непротиворечива, что является главным критерием математического существования по Гильберту. Одной из целей программы Гильберта было устранение абстрактных методов, так как предполагалось, что эти методы ненадежны или менее оправданы, чем элементарные методы. Если «смягчить» доктринальные элементы программы Гильберта, то в теории доказательств потребуются не только результаты о непротиворечивости, но и новые подходы к расширению методологических принципов программ обоснования, способных объяснить естественность различий современных метаматематических исследований. Из невозможности обоснования непротиворечивости отдельных математических теорий не следует, что они противоречивы или проявят противоречивость в своем дальнейшем развитии. Гёделевские ограничительные результаты не могут служить аргументом в пользу какой-либо философской программы, поскольку из невозможности обоснования математики в рамках имеющихся программ никак не следует невозможность других философских подходов к обоснованию.

Понятие «философская компаративистика» в большей мере отражает именно методологический аспект, то есть компаративистский подход как сравнительно-исторический метод в философии, присутствующий во всяком историко-философском исследовании. Компаративистский подход к исследованию проблемы обоснования – это неизбежный этап познания, следующий за реконструкцией истории философско-методологических программ математики. Как отмечают специалисты по историко-философским исследованиям, философская компаративистика обращает внимание на то, что всегда существовало, но приобретает принципиальное новое значение именно в современной ситуации множественности философских подходов. С точки зрения компаративистики философия математики, сравнивая и сопоставляя философские традиции в подходе к обоснованию, стремится выявить скрытые идеи, входящие в различные комбинации хорошо известных философско-методологических программ обоснования. Цель философского сравнения связана с созданием новой идеи. В философской компаративистике такой идеей является утверждение синтеза философских программ обоснования математики.

Сами математики не наблюдают ни конфликта, ни необходимости выбора между различными взглядами на обоснование, поскольку математические объекты могут быть охарактеризованы в терминах методов, так как первые отличия при анализе различных направлений математики касаются, прежде всего, методов исследования. Философия математики в отличие от методологии математики не говорит о том, как открывать и как именно должен работать математик, но может внести понимание в проблему единства и целостности программы обоснования математики. Процесс такого объединения реально протекает внутри самой математики с учетом определенных исторических отклонений, поскольку ожидания, вытекающие из допущений программы Гильберта, были неявно опровергнуты общим математическим опытом. Историко-философский анализ философской системы обоснования математики указывает на ее взаимосвязь с предшествующими философско-методологическими традициями, несмотря на выявленные фундаментальные недостатки в классической философии математики.

Для адекватного понимания проблемы обоснования современной математики необходимо компетентное участие не только математиков, но и философов. Компаративистская методология в философии математики расширяет границы методологического поиска, поскольку лежит в основе любой попытки создания концептуального синтеза философских программ обоснования, который является методологической основой новой философской традиции XXI века. При изучении новых математических структур физика играет роль своеобразного индикатора, ограждая математиков от движения в схоластическом направлении бессодержательной абстракции. Помимо сложностей концептуального характера, физические трудности связаны с тем, что практически невозможно проверить математические предсказания физической теории экспериментально. По существу философы науки встретились с непривычной для них ситуацией, а точнее с первым примером физической теории, где ее достоверность должна оцениваться методологически, так же как математическая теорема. Но гипотезы, сформулированные в физической теории струн, привели и к новым математическим результатам.

Например, «идеи дуальности», отражающие соотношение между поведением частиц на малых и больших расстояниях, привели в итоге к крупным математическим результатам в алгебраической топологии. С точки зрения компаративистики не только математика и физика сравнивают и дополняют друг друга, но и внутри математики такие подчеркнуты различные компоненты познания, как «посредством интуиции» и «понятие посредством постулирования», вносят целостный вклад в понимание природы математического сознания. Заметим, что согласно современным философским воззрениям квантовая реальность и принцип дополнительности представляются более приспособленными для описания сознания, чем известные классические представления. Разные философско-математические реальности сродни дополнительности познания. Осознание незнания того, как именно мы познаем, – это процесс, приведший к формулированию неклассических принципов, среди которых необходимо выделить философский принцип дополнительности. Компаративистская методология показывает как философские программы взаимодополняют друг друга на пути к целостности.

Прежде чем делать акцент на идеях целостности, необходимо проанализировать понятие дополнительности, используемое для описания системной триады программ обоснования математики. Образ «нелинейной истины» в истории философии сложился задолго до того, как в философии математики проявилась спиралевидная парадигма синергетики. В математике он проявляется в виде реально возникающей проблемы переусложненности, связанной с необозримостью доказательств некоторых классических проблем, и проблемы

использования компьютеров в доказательствах, что ставит под сомнение корректность математических рассуждений в целом. Чтобы избежать перспективы утраты целостного понимания предмета математики, философия математики вынуждена обращаться к тем областям математики, в которых необходимость в радикальных методах исследования еще не назрела. Различие источников формирования принципиально нового философского подхода к проблеме обоснования математики указывает на необходимость системного синтеза, который позволяет из многих факторов выбрать нужные методологические основания для утверждения идеи синтеза философских систем. Борьба за такой синтез обеспечивает не только их жизнеспособность, но и полезность философии математики для самой математической науки.

Сравнительная философия стремится к разрешению трех фундаментальных проблем: проблемы знания, проблемы реальности и проблемы ценностей. Поэтому она выявляет широко распространенные идеи и идеалы, порождающие проблему стандартов для сравнений. Если излагать взгляд Бора на сущность концепции дополнительности не в исторической, а логической последовательности, то необходимо выделить наряду с классическим гносеологическим требованием разделения процесса наблюдения на наблюдаемый объект и средства наблюдения, онтологический постулат о целостности процесса наблюдения. То, что дополнительный способ описания явлений стал применяться не только в физике, но и в смежных областях науки, говорит о том, что в идее Бора с самого начала было «угадано» нечто такое, что не является только «чисто» физическим, а находится на стыке между философией и фундаментальной наукой, включающей математику.

Аналогичные процессы можно проследить и в работах по проблемам обоснования математики [1–9]. Главная проблема философии математики состоит в том, как приспособить все ее направления к целостному обоснованию математики, поскольку все ее важнейшие части порождены реальными потребностями математики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлова, Н. В. Философско-методологические проблемы обоснования математики: к синтезу неформального и формального мышления / Н. В. Михайлова // Весн. ГДУ імя Янкі Купалы. Сер. 1. – 2006. – № 1. – С. 32–35.
2. Михайлова, Н. В. Гносеологические возможности математики / Н. В. Михайлова // Чалавек. Грамадства. Свет. – 2006. – № 2. – С. 26–29.
3. Михайлова, Н. «Мысли без содержания пусты...»: Математический мир и сознание / Н. Михайлова // Беларуская думка. – 2006. – № 5. – С. 95–100.
4. Михайлова, Н. В. Загадка «непостижимой эффективности математики» и математический платонизм / Н. В. Михайлова // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2007. – № 1. – С. 12–18.
5. Михайлова, Н. В. Психологические интенции тринитарного стиля философско-математического мышления / Н. В. Михайлова // Вышэйшая школа. – 2007. – № 2. – С. 38–42.
6. Михайлова, Н. В. Философско-методологическое значение результатов Гёделя и структура математического мышления / Н. В. Михайлова // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 3. – 2007. – № 3. – С. 36–41.
7. Михайлова, Н. В. Теоретическая рефлексия математики в условиях возрастающей сложности науки / Н. В. Михайлова // Весн. Магілёўскага дзярж. ун-та імя А. А. Куляшова. – 2008. – № 1. – С. 161–166.
8. Михайлова, Н. В. Математический платонизм и проблема внутренней непротиворечивости математики / Н. В. Михайлова // Философия науки. – 2008. – № 1. – С. 80–90.
9. Михайлова, Н. В. Системный синтез программ обоснования современной математики: монография / Н. В. Михайлова. – Минск, 2008. – 332 с.