О НАГЛЯДНОСТИ В ОБУЧЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ

И. Ю. Мацкевич

Белорусский государственный
педагогический университет
имени Максима Танка
Минск, Беларусь
E-mail: mmvii@mail.ru

Наглядность в обучении математике рассматривается как отдельный дидактический принцип, тождественный принципу математического моделирования, которое, по мнению автора, лежит в основе решения любой прикладной задачи и является одним из условий реализации профессиональной направленности математического образования учащихся технических колледжей. Проблема применения наглядности конкретизируется использованием мультимедийных презентаций в обучении вычислению двойных и тройных интегралов.

Ключевые слова: наглядность в обучении, профессиональная направленность обучения математике.

Проблема применения наглядности в образовательной практике не нова. Роль наглядного материала в процессе обучения анализировали А. Н. Леонтьев, Л. И. Божович, В. В. Давыдов, В. И. Загвязинский и др. Традиционно выделяют наглядность в обучении в отдельный дидактический принцип. Однако на современном этапе развития общества многие исследователи указывают на ограниченность общепринятого подхода к принципу наглядности. Так, В. И. Загвязинский тесно увязывает упомянутый принцип с принципом сознательности и активности учащихся в обучении, рассматривая сознательность в двух аспектах: как понимание изучаемого материала и как сознательное отношение к учению. К. О. Ананченко [1] применяет бинарный подход к рассмотрению интересующего нас принципа, объединяя его с принципом систематичности и последовательности, указывая на необходимость **систематического** использования разного вида наглядностей (таблиц, схем и т. д.) в учебном процессе.

В. В. Давыдов предложил заменить принцип наглядности в обучении принципом моделирования. Развивая его идеи о модельном подходе, Л. М. Фридман разъясняет смысловую нагрузку принципа моделирования применительно к изучению математики следующим образом: изучение содержания курса математики с модельной точки зрения; формирование у учащихся умений и навыков математического моделирования различных явлений и ситуаций; широкое использование моделей как внешних опор для внутренней мыслительной деятельности, для развития научно-теоретического стиля мышления.

В русле такого видения проблемы **наглядность** представляет собой «включение деятельности, связанной с моделированием, идеализацией, мысленным экспериментированием» [2]. Фактически математическое моделирование лежит в основе решения любой прикладной задачи, когда сначала переводят задачу на язык математических терминов, затем

выбирают наиболее подходящий метод решения поставленной математической задачи, и на завершающем этапе производят анализ полученных результатов и соотносят их с исходным условием. Придерживаясь вышесказанного, есть основание считать применение математического моделирования в процессе обучения математике учащихся технических колледжей одним из условий реализации профессиональной направленности учебно-воспитательного процесса. Отметим, что под **профессиональной направленностью обучения математике** учащихся технических колледжей будем понимать «содержание учебного материала и организацию его усвоения в таких формах и видах деятельности, которые соответствуют системной логике построения курса математики и моделируют (имитируют) познавательные и практические задачи профессиональной деятельности будущего специалиста» [3]. На наше видение ситуации, формированию профессиональных компетенций должно способствовать систематическое использование прикладных задач, учитывающих направленность профессиональной подготовки учащихся, а также упражнений из востребованных в специальных дисциплинах областей математики, что широко практикуется нами при обучении высшей математике учащихся колледжей, обучающихся по техническим специальностям.

С целью сознательности уяснения учащимися результата обучения в течение всего образовательного процесса они должны быть включены в деятельность по усвоению учебного материала, так как «важнейшим средством, обеспечивающим понимание изучаемого, является объяснение учителя, эффективность которого зависит от характера направленной деятельности учащихся, включающей осознание учебной задачи, активность восприятия, осмысление, творческую переработку, применение знаний, умений, навыков» [4]. Будем исходить из того, что принцип наглядности в обучении «требует дальнейшего развития в условиях применения информационно-коммуникативных технологий в образовании» [5]. В данной статье ограничимся проблемой внедрения наглядного материала в виде мультимедиапрезентаций в обучение учащихся технического колледжа таким математическим разделам интегрального исчисления, как **двойные и тройные интегралы**. Основными задачами применения мультимедийных презентаций в обучении, по нашему мнению, являются следующие: визуализировать абстрактную информацию; стимулировать когнитивные аспекты обучения при использовании нескольких каналов восприятия учащимися текстовой, графической, анимационной и звуковой информации; повысить мотивацию обучаемых; способствовать формированию у учащихся системного восприятия учебного материала.

Мы придерживались определенных требований к созданию презентаций, среди которых основными считаются «строгая последовательность, логичность и законченность цепочки кадров презентации, равномерное распределение кадров презентации в течение лекционного времени; использование оптимального количества слайдов различного назначения в одной презентации; недопустимость орфографических, синтаксических, стилистических ошибок, соблюдение правил переноса слов; избегание длинных сложносочиненных и сложноподчиненных предложений» [3].

Попробуем определить конкретный метод и место включения наглядного материала в процесс обучения интегральному исчислению учащихся Минского государственного высшего радиотехнического колледжа (МГВРК). Преподавателем должны четко сознаваться цели и последовательность применения наглядного материала в обучении конкретному тематическому разделу. В частности, после введения понятия двойных интегралов встает вопрос их вычисления. Роль наглядного материала при этом сводится к формированию у учащихся умений правильно расставлять пределы интегрирования в различных системах координат, что облегчает пропедевтику изучения тройных интегра-

лов и подготавливает соответствующий базис для расстановки пределов в случае пространственной области интегрирования.

Приведем несколько примеров по использованию графических изображений, включенных в мультимедийный лекционный материал по теме «Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат». Следует отметить, что у учащихся уже сформированы умения находить неопределенные и определенные интегралы, а также применять определенные интегралы для вычисления площадей плоских фигур и поверхностей вращения. Новым для них является то, что областью интегрирования в двойном интеграле является не отрезок, а некоторая ограниченная замкнутая фигура на плоскости.

Практика обучения нами учащихся радиотехнического колледжа показывает целесообразность введения понятия элементарной плоской области: «Область D называют **элементарной в направлении оси *Oy***, если всякая прямая, проходящая через внутреннюю точку области параллельно оси *Oy*, пересекает только один раз (только одну) «линию входа» и только один раз (только одну) «линию выхода», которые ограничивают эту область». В частности, это выполняется, если область интегрирования имеет вид $D = \{(x; y) \mid a \le x \le b,\ \varphi_1(x) \le y \le \varphi_2(x)\}$ (рис. 1). Аналогично вводится понятие элементарной плоской области в направлении оси *Ox*: «Область D называют **элементарной в направлении оси *Ox***, если всякая прямая, проходящая через внутреннюю точку области параллельно оси *Ox*, пересекает только один раз (только одну) «линию входа» и только один раз (только одну) «линию выхода», которые ограничивают эту область». В частности, это выполняется, если область D имеет вид $D = \{(x; y) \mid c \le y \le d,\ g_1(y) \le x \le g_2(y)\}$ (рис. 2).

В случае элементарной области D в направлении оси *Oy* верна формула перехода к повторному интегралу с внешним интегрированием по *x*:

$$\iint\limits_D f(x; y)dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x; y)dy, \qquad (1)$$

а в случае элементарной области D в направлении оси *Ox* верна формула перехода к повторному интегралу с внешним интегрированием по y:

$$\iint\limits_D f(x; y)dxdy = \int\limits_c^d dy \int\limits_{g_1(y)}^{g_2(y)} f(x; y)dx. \qquad (2)$$

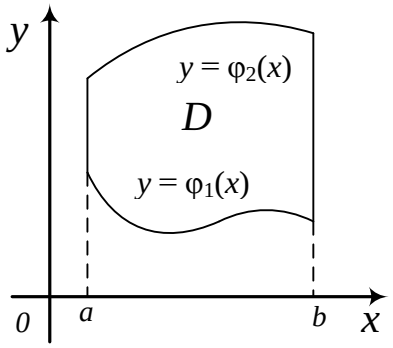

Рис. 1. Плоская область, элементарная в направлении оси *Oy*

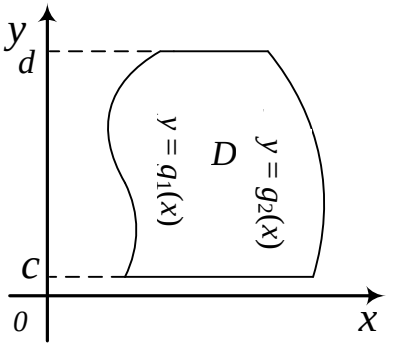

Рис. 2. Плоская область, элементарная в направлении оси *Ox*

На этапе обучения учащихся переходу к повторному интегралу очень важно обратить их внимание на порядок вычисления интегралов. В этом случае в качестве промежуточного звена для усвоения правила вычисления двойного интеграла можно применять развернутое представление повторного интеграла из формулы (1) в виде:

$$\iint\limits_D f(x;\, y)dxdy = \int\limits_a^b \left(\int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x;\, y)dy \right) dx . \qquad (3)$$

Это позволит учащимся избежать распространенных ошибок и неточностей при определении порядка интегрирования в случае вычисления не только двойных, но и тройных интегралов. Если область интегрирования D не является элементарной ни в направлении оси *Ox*, ни в направлении оси *Oy*, то необходимо произвести разбиение этой области D на конечное количество элементарных областей и воспользоваться свойством аддитивности двойных интегралов.

Аналогично, вычисление тройных интегралов в декартовых координатах основано на понятии элементарной пространственной области: «Область V называют **элементарной в направлении оси *Oz***, если, во-первых, всякая прямая, проходящая через внутреннюю точку пространственной области V параллельно оси *Oz*, пересекает только один раз (только одну) «поверхность входа» и только один раз (только одну) «поверхность выхода»; во-вторых, проекция D пространственной области V на плоскость *xOy* является элементарной плоской областью в направлении оси *Ox* или *Oy*».

Поясним сказанное. Пусть область V является элементарной в направлении оси *Oz*, ограниченной снизу поверхностью $z = g_1(x;y)$, а сверху – поверхностью $z = g_2(x;y)$ (рис. 3). Пусть она проектируется на область $D \subset xOy$, элементарную в направлении оси *Oy*, и снизу ее ограничивает кривая $y = \varphi_1(x)$, а сверху – кривая $y = \varphi_2(x)$, $x \in [a;\, b]$. Тогда справедлива следующая формула:

$$\iiint\limits_V f(x;\, y;\, z)dxdydz = \int\limits_a^b dx \int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} dy \int\limits_{g_1(x;y)}^{g_2(x;y)} f(x;\, y;\, z)dz . \qquad (4)$$

Аналогично рассматривают пространственные области, элементарные в направлении осей *Ox* и *Oy*, и применяют соответствующие формулы перехода к повторным интегралам. Если область интегрирования не подпадает под эти случаи, необходимо произвести разбиение этой области на конечное число элементарных областей и воспользоваться свойством аддитивности тройных интегралов.

Одним из способов укрупнения дидактических единиц может являться практикуемое нами одновременное изучение правил вычисления двойных и тройных интегралов, так как последовательность действий, выполняемых учащимися при переходе к повторному интегралу, фактически одна и та же.

Еще А. Н. Леонтьев отмечал разнообразие функций наглядного материала, главные среди которых состоят в раскрытии перед учащимися сущности явлений, объяснении их законов, подведении обучаемых к надлежащим научным обобщениям [6]. С точки зрения анализа когнитивных процессов, протекающих в сознании учащихся при изучении ими абстрактных математических структур, принцип наглядности «регулирует восхождение познания от чувственно-наглядного к абстрактно-логическому, от наглядности чувственно-конкретной… к наглядности абстрактной и символической» [7], что характерно для процесса формирования математических понятий и способствует выработке теоретического типа мышления.

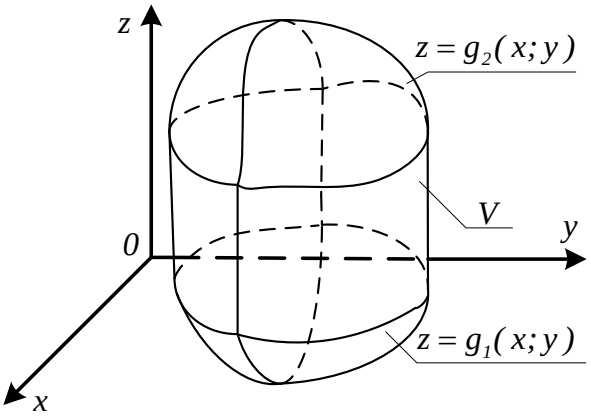

Рис. 3. Пространственная область,
элементарная в направлении оси *Oz*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ананчанка, К. А.* Агульная методыка выкладання матэматыкі ў школе / К. А. Ананчанка. – Мінск : Універсітэцкае, 1997. – 192 с. – С. 10.
2. *Попков, В. А.* Дидактика высшей школы : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В. А. Попков, А. В. Коржуев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Издательский центр «Академия», 2004. – 192 с. – С. 57.
3. *Андерсен, Бент Б.* Мультимедиа в образовании : специализированный учеб. курс / Бент Б. Андерсен, Катя ванн дер Бринк ; авторизованный пер. с англ. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Дрофа, 2007. – 224 с. – С. 33.
4. *Носков, М. В.* К теории обучения математике в технических вузах / М. В. Носков, В. А. Шершнева // Педагогика. – 2005. – № 10. – С. 62–67.
5. Российская педагогическая энциклопедия : в 2 т. / редкол. : В. В. Давыдов (гл. ред) [и др]. – М. : Большая Рос. энциклопедия, 1999. – Т. 2 : М-Я. – 669 с. – С. 193.
6. *Дубовик, М. В.* Проблемы и особенности мультимедийного обеспечения учебных лекционных курсов / М. В. Дубовик // Адукацыя и выхаванне.– 2007. – № 8. – С. 34–37. – С. 36.
7. *Леонтьев, А. Н.* Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Политиздат, 1975. – 304 с. – С. 258–259.
8. *Загвязинский, В. И.* Теория обучения: Современная интерпретация : учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / В. И. Загвязинский. – М. : Издательский центр «Академия», 2001. – 192 с. – С. 44.