

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ СИСТЕМЫ

На первом этапе база данных Lotus содержит курс лекций, задачи и примеры с решениями по следующим разделам финансовой математики:

- сущность начисления сложных процентов;
- понятие эквивалентности процентных ставок и их использование при количественном финансовом анализе;
- использование уравнения стоимости;
- сущность инфляции и необходимость ее учета при проведении финансовой операции;
- сущность дисконтирования;
- сущность потоков платежей и финансовых рент;
- кредитные расчеты;
- сущность и показатели эффективности инвестиций;
- ценные бумаги.

ЛИТЕРАТУРА

1. *McCutcheon, J. J.* An introduction to the mathematics of finance / J. J. McCutcheon, W. F. Scott. – Oxford : Butterworth-Heinemann, 1986. – 469 p.
2. *Четыркин, Е. М.* Финансовая математика / Е. М. Четыркин. – М. : Дело, 2006. – 400 с.
3. *Медведев, Г. А.* Начальный курс финансовой математики / Г. А. Медведев. – М. : Остожье, 2000. – 267 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СКМ МАТЕМАТИКА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА ПО КУРСУ «МЕТОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА»

С. Г. Мулярчик, И. М. Шевкун

*Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь*

Современные системы компьютерной математики (СКМ) используются для решения широкого круга задач. Наиболее известными программами этого класса являются системы MathCad, Maple, MatLab и Mathematica [1]. Последняя используется при проведении лабораторных работ по курсу «Методы вычислительного эксперимента», читаемого студентам третьего года обучения факультета радиофизики и электроники Белорусского государственного университета.

Вычислительные эксперименты в электронике часто предполагают постановку и решение задач переноса заряда, энергии, массы, тепла. Математическая постановка таких задач – краевые задачи для уравнений в частных производных эллиптического, параболического и гиперболического типов, определенных в областях сложной формы. Аналитическое решение подобных задач удается получить очень редко, поэтому их решают численными методами.

Численное решение краевых задач для уравнений в частных производных предполагает замену непрерывной задачи ее конечномерным вариантом – системой алгебраических уравнений относительно конечного числа неизвестных. Такую замену называют алгебраизацией [2]. На практике широко используются два класса методов алгебраизации: конечно-разностные (КР) и конечно-элементные (КЭ). В обоих классах методов область моделирования покрывается сеткой, и решение краевой задачи ищется в узлах сетки. В КР-методах алгебраизация выполняется путем конечно-разностной аппроксимации на сетке уравнений математической модели. В КЭ-методах решение задачи в области элемента сетки аппроксимируется полиномиальной (в простейшем случае – линейной), во всей области – кусочно-полиномиальной (кусочно-линейной) функцией. Вводя функционал, минимум которого в пространстве параметров кусочно-полиномиальной аппроксимации достигается в решении задачи, строят искомую систему алгебраических уравнений относительно решения в узлах сетки. В курсе рассматриваются только конечно-разностные методы решения краевых задач.

Программная реализация подобных задач обычно выполняется с использованием традиционных языков программирования, например, С или Паскаль. Программы получаются достаточно эффективными, однако, их разработка и отладка требуют значительных усилий и времени. Кроме того, результатом расчетов являются распределенные величины (например, температура или электростатический потенциал), которые очень трудно воспринимаются в виде таблицы чисел, но они очень наглядны в виде графиков или квазитрехмерных изображений. Упомянутые языки программирования, реализованные в виде систем программирования для персональных компьютеров, содержат элементарные графические средства, однако даже построение простых графиков зависимости типа $y = f(x)$ потребует значительных усилий. Если же необходимо отобразить функцию двух переменных, проблема становится чрезвычайно сложной и по своей трудоемкости может превышать исходную вычислительную задачу.

Использование СКМ Mathematica решает подобные проблемы. Она содержит развитые графические функции, удобные средства программирования, легко позволяет создавать и использовать процедуры и функции пользователя, имеет развитые возможности по созданию и использованию динамических массивов и переменных [3]. СКМ достаточно либерально относится к использованию переменных (нет жесткой типизации). Все это позволяет сосредоточиться не на программировании задачи, а на ее физической и математической стороне.

В лабораторном практикуме на конкретных задачах электроники изучаются численные методы решения краевых задач для уравнений в частных производных эллиптического и параболического типов. Каждая лабораторная работа предполагает построение математической модели, ее конечно-разностную аппроксимацию, разработку вычислительного алгоритма и его программную реализацию.

Перечень лабораторных работ.

1. Изучение пакета Mathematica.
2. Расчет температурного поля в двумерной области (стационарный случай).
3. Расчет сопротивления интегрального резистора.
4. Расчет емкости металлизации интегральных схем.
5. Расчет температурного поля в двумерной области (нестационарный случай).

Принята следующая схема прохождения лабораторного практикума. Первая работа проводится в компьютерном классе. В процессе ее выполнения изучаются возможности пакета Mathematica для решения краевых задач. По каждой последующей работе сначала проводится теоретическое занятие в аудитории, на котором разбираются методы и строятся алгоритмы решения задачи, формулируются индивидуальные задания. Реализация программы вычислительного эксперимента в среде Mathematica, ее отладка и проведение экспериментов осуществляются в классе персональных компьютеров в течение двух-трех занятий. Относи-

тельно небольшое число занятий, выделяемых на проведение вычислительного эксперимента, предполагает достаточно серьезную самостоятельную работу студентов.

Во второй лабораторной работе выполняется расчет распределения температуры в области прямоугольной формы, имеющей два контакта с разными температурами. В силу линейности исходной задачи после ее дискретизации необходимо решать систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Такая СЛАУ обладает важным свойством – сильной разреженностью матрицы (в каждом уравнении ненулевыми являются не более пяти коэффициентов). Кроме того, матрица системы обладает свойством диагонального преобладания. Поэтому для решения этой системы используется достаточно простой итерационный метод последовательной верхней релаксации (ПВР) [4]. На каждой итерации этого метода контролируется и сохраняется модуль максимального изменения температуры. После завершения итераций ПВР строится график зависимости этой величины от номера итерации, что делает наглядным процесс сходимости итераций. Рассчитывается также консервативность задачи *kons*:

$$kons = \frac{|F_1 + F_2|}{|F_1| + |F_2|},$$

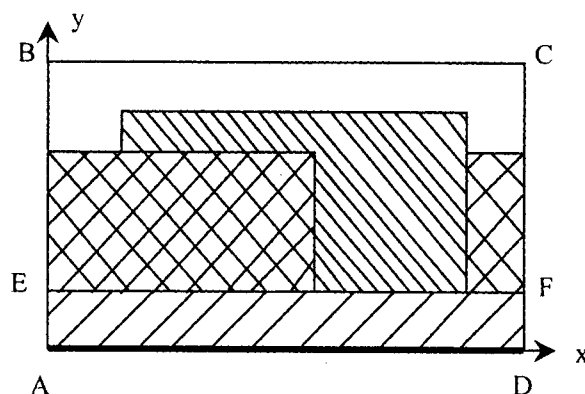
где F_1 – поток температуры, втекающий в область через контакт 1, F_2 – поток температуры, вытекающий из области через контакт 2. Так как внутри области моделирования отсутствуют стоки и источники тепла, алгебраическая сумма потоков тепла, текущих через внешние контакты, должна быть равна нулю. Коэффициент *kons* показывает, в какой мере решение задачи отражает свойство консервативности системы.

Третья лабораторная работа посвящена расчету сопротивления интегрального резистора. Основной особенностью резисторов интегральных схем является малость толщины этих элементов в сравнении с остальными геометрическими размерами. Это позволяет рассматривать интегральные резисторы, как двумерную конструкцию и использовать для расчета двумерную модель, содержащую такой параметр резистивного материала, как сопротивление квадрата площади резистивного слоя ρ [5].

С математической точки зрения эта задача аналогична предыдущей. Однако при вычислении тока через резистор приходится численно рассчитывать производную от электростатического потенциала ϕ по пространственным координатам. В связи с этим требование к точности решения разностной СЛАУ здесь является более жестким. Метод ПВР в этом случае оказывается неприемлемым, так как не может обеспечить высокую точность. Поэтому при программировании задачи необходимо формировать матрицу СЛАУ, вектор свободных членов и использовать функцию `LinearSolve`, которая в пакете `Mathematica` реализует прямой метод. Для контроля точности решения консервативность рассчитывается и в этом случае, а также и в следующих работах.

В четвертой лабораторной работе выполняется расчет емкости металлизации интегральных схем. Металлизация ИС – это сеть тончайших проводников, соединяющих отдельные элементы (транзисторы) схемы. Слой металлизации и кристалл ИС разделены тонким слоем диэлектрика. В том случае, когда длина проводника значительно больше его поперечных размеров, можно рассчитать удельную, на единицу длины, емкость.

На рисунке приведено поперечное сечение участка ИС. Отрезок AD – поверхность кристалла кремния (одна обкладка конденсатора, контакт K0), прямоугольник AEFD (правая штриховка) – слой первого диэлектрика (относительная диэлектрическая проницаемость ϵ_1), области с двойной штриховкой – второй диэлектрик (относительная диэлектрическая проницаемость ϵ_2), участок с левой густой штриховкой – металлический проводник (вторая обкладка конденсатора, контакт K1), имеющий большую длину в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, не заштрихованная область – свободное пространство (относительная диэлектрическая проницаемость равна 1).



Как и в предыдущем случае, расчет емкости предполагает расчет распределения электростатического потенциала в прямоугольнике ABCD. Необходимо, однако, учесть следующее обстоятельство. Область ABCD искусственно «вырезана» из интегральной схемы. В принципе силовые линии выходят из всех граничных точек контакта K1 и оканчиваются на контакте K0. Для того чтобы правильно учесть такую картину поля, область ABCD следует взять достаточно большой. Реально ее берут относительно малой, проводят расчет емкости, а затем увеличивают размер области, сохраняя постоянной густоту сетки пространственной дискретизации, и пересчитывают емкость. Можно предположить, что такой процесс будет сходящимся (значение емкости будет стремиться к некоторой конкретной величине), поэтому его можно прервать, когда относительное изменение емкости станет меньше допустимой погрешности (точность расчета емкости).

Пятая лабораторная работа посвящена расчету двумерного нестационарного распределения температуры. В целом эта работа аналогична второй. Отличие состоит только в том, что задано начальное распределение температуры (полагается нулевым). В момент $t = 0$ температура первого контакта мгновенно повышается от 0 до T_1 , второго контакта – до T_2 , $T_1 > T_2$. Остальная часть границы теплоизолирована, т. е. через эти участки отсутствует передача тепла наружу. Необходимо рассчитать время установления температуры $t_{уст}$ во всех точках области с относительной погрешностью ε . Проводится исследование влияния шага сетки и точности ε на время $t_{уст}$.

Упомянутые выше задачи подробно рассмотрены в методических указаниях [6], подготовленных при разработке практикума. Кроме того, в методичке даны задания, которые студенты должны выполнить самостоятельно, а также приведены примеры решения подобных задач. При проведении первой лабораторной работы преподаватель разбирает со студентами эти задания и передает им две готовые программы. Это облегчает усвоение студентами правил подготовки, отладки и выполнения программ, разработанных для СКМ Mathematica. В дополнение к методичке ежегодно готовится набор индивидуальных заданий разной степени сложности. Это позволяет преподавателю достаточно гибко учитывать степень подготовки студентов.

Таким образом, в рамках лабораторного практикума студенты получают навыки использования СКМ Mathematica, реализуют на практике основные этапы проведения вычислительного эксперимента [2]: математическая формулировка задачи, построение численного метода решения сформулированной задачи, программирование вычислительного алгоритма, проведение расчетов и анализ результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брезгунова, И. В. Работа в системах компьютерной математики MATHCAD, MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB: учеб. пособие / И. В. Брезгунова, С. В. Гилевский, А. В. Гринчук. – Минск, 2001. – 128с.
2. Мулярчик, С. Г. Вычислительная электроника : конспект лекций / С. Г. Мулярчик. – Минск, 2003. – 148 с.
3. Дьяконов, В. Mathematica 4 : учеб. курс / В. Дьяконов. – М. : Питер, 2001. – 654 с.
4. Мулярчик, С. Г. Численные методы : конспект лекций / С. Г. Мулярчик. – Минск : БГУ, 2001. – 128 с.
5. Матсон, Э. А. Конструкции и технология микросхем / Э. А. Матсон. – Минск : Выш. шк., 1985. – 207 с.
6. Мулярчик, С. Г. Методы вычислительного эксперимента : лаб. практикум / С. Г. Мулярчик, И. М. Шевкун. – Минск : БГУ, 2005. – 34 с.

СТОХАСТИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА БУДУЩЕГО СПЕЦИАЛИСТА В УСЛОВИЯХ МОДЕРНИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

С. П. Насельский, Д. А. Власов, И. В. Кондратьева

*Московский государственный открытый
педагогический университет имени М. А. Шолохова
Москва, Россия
E-mail: DAVlasov@yandex.ru*

В центре внимания стохастический компонент профессиональной компетентности будущего специалиста, предложены направления модернизации базового курса математики.

Ключевые слова: стохастика, модернизация, педагогические технологии, стохастический подход.

Ушедший с исторической сцены XX век не только создал реальную базу для кардинального развития математики и ее приложений, но и создал базу логического и практического порядка для пересмотра и модернизации школьного образования на базе интеграции информационных и педагогических технологий. Одним из основных аспектов модернизации математического образования является многоуровневая *интеграция детерминированных и теоретико-вероятностных знаний* во всеобщее обучение. Эта необходимость обусловлена, *во-первых*, высоким уровнем развития современной науки. Естественные, гуманитарные и технические науки во многом опираются на статистические концепции, широко и продуктивно используют современные вероятностно-статистические методы. *Во-вторых*, эта необходимость диктуется социально-экономическими потребностями общества, народным хозяйством – промышленным производством, сельским хозяйством, транспортом, связью, военным делом, здравоохранением и т. д. В нашем стремительно меняющемся мире мы постоянно сталкиваемся со стохастическими процессами и явлениями, с необходимостью не только учитывать статистические закономерности, но и использовать их. Известны многочисленные примеры, когда игнорирование стохастическим характером явлений оборачивается колоссальными материальными потерями в