

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MAPLE В ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА АЛГЕБРЫ

О. А. Баркович

*Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка
Минск, Беларусь
E-mail: barkovich@bspu.unibel.by*

Рассмотрено применение системы компьютерной математики Maple в преподавании курса алгебры для студентов специальности «Математика. Информатика» педагогического университета. Приведены примеры решения некоторых задач элементарной и высшей алгебры с использованием системы Maple.

Ключевые слова: алгебра, система компьютерной математики Maple.

Появление систем компьютерной математики дало новый импульс развитию вычислительной математики, в частности компьютерной алгебры ([1]). В наши дни преподавание курса алгебры, а также проведение алгебраических исследований трудно представить без использования такой современной системы компьютерной математики, как Maple ([2], [3]).

Maple – это одна из наиболее мощных систем компьютерной математики. Она охватывает многие разделы математики и может применяться как в системе образования, так и в серьезных научных исследованиях.

Работать с этой системой можно и в режиме интерактивного диалога, и путем составления и отладки программ на специальном Maple-языке, ориентированном на сложные математические вычисления.

Основу системы составляет специальное ядро – программа символьных преобразований. В системе имеется более 3000 команд, охватывающих практически все разделы математики. В нее также входит несколько специализированных пакетов, ориентированных, как правило, на конкретные разделы математики или пользователя: student, linalg и др. Подключение пакета осуществляется с помощью команды with, аргументом которой служит имя пакета.

Система Maple позволяет модернизировать методику проведения практических занятий и обзорных лекций по данному курсу для студентов специальности «Математика. Информатика» педагогического университета.

Затраты учебного времени на приобретение навыков работы в системе Maple весьма незначительны. А появляющийся при этом элемент исследовательской деятельности существенно повышает интерес студентов к изучаемой дисциплине. Система Maple дает студентам возможность самостоятельно осмыслить и отследить основные теоретические положения курса, проверить правильность выполнения домашних заданий.

Эта система помогает избежать рутинных вычислений, дает возможность получить не только мгновенный ответ в стандартной задаче, но и в некоторых случаях графическое представление полученного результата. Использование системы освобождает время для более глубокого изучения курса алгебры, для научных исследований.

Кроме того, она позволяет преподавателю проводить многовариантный тестовый контроль на начальных этапах изучения каждой новой темы. Особенно это важно в работе со студентами младших курсов. Тесты могут носить как обучающий, так и контролирующий характер. Они могут включать теоретические вопросы по проводимому практическому занятию, упражнения, аналогичные выполняемым в качестве домашнего задания, и на повторение по изучаемой теме.

С помощью теста можно проверить, усвоили ли студенты обязательный минимум знаний (но нельзя организовать проверку глубины усвоения материала!). После проверки теста появляется возможность обсудить все те вопросы, которые вызвали затруднения или особенно важны для понимания нового материала.

Однако составление и проверка многовариантных тестов (при традиционном подходе) отнимает у преподавателя много времени и сил. Использование системы Maple позволяет достичь следующих результатов: 1) повышается качество тестирования, т. к. в качестве теста можно предлагать задачи, требующие большого числа вычислений; 2) преподаватель составляет только один типовой вариант теста; 2) каждый студент выполняет свой индивидуальный вариант; 3) преподаватель частично избавляется от утомительной проверки, т. к. все промежуточные типовые вычисления можно проверить с помощью системы Maple.

Автором разработан целый ряд индивидуальных заданий (25 вариантов) различного уровня сложности ([4]), позволяющих учитывать как специфику приобретаемой студентами специальности, так и их способности. Где это необходимо, рассматриваются соответствующие вычисления в системе Maple и приводятся иллюстрирующие применение основных команд примеры.

Все это не только расширяет возможности проведения научно-исследовательской работы, но и увеличивает активность студентов на занятиях.

Система Maple дает возможность использовать модульно-рейтинговый подход при оценке знаний и умений студентов.

Рассмотрим типовые задачи курса алгебры (задачи теории чисел, линейной алгебры, символьные преобразования, а также вычисления с полиномами), для решения которых можно и целесообразно использовать систему компьютерной алгебры Maple.

Простейшие примеры работы с Maple в интерактивном режиме:

```
> 691+3145;
                                     3836
> 5^31;
                                     465661287307739257812:
```

```
> 3+sqrt(3^2-4);
                                     3 + √5
```

```
> sqrt(-4);
                                     2 I (I обозначает мнимую единицу)
```

Несколько примеров операций с комплексными числами:

```
> (5+7*I) * (9-5*I);
                                     80 + 38 I
> (2+5*I)^7;
                                     - 60422 + 116615 I
```

Система Maple умеет оперировать также с матрицами:

> with(linalg):

> A:=matrix(2,2,[1,3,5,7]);

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

> B:=matrix(2,2,[4,2,8,9]);

$$B := \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

> matadd(A,B); (сложение матриц)

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 13 & 16 \end{bmatrix}$$

> multiply(A,B); (умножение матриц)

$$\begin{bmatrix} 28 & 29 \\ 76 & 73 \end{bmatrix}$$

> inverse(A); (нахождение обратной матрицы)

$$\begin{bmatrix} -\frac{7}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{5}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

> det(A); (нахождение определителя)

$$-8$$

> charpoly(A,x); (вычисление характеристического полинома)

$$x^2 - 8x - 8$$

> eigenvalues(A); (нахождение собственных значений матрицы)

$$4 + 2\sqrt{6}, 4 - 2\sqrt{6}$$

> v:= [eigenvectors(A)]; (нахождение собственных значений и векторов)

$$v := \left[\left[4 + 2\sqrt{6}, 1, \left\{ \left[1, 1 + \frac{2}{3}\sqrt{6} \right] \right\} \right], \left[4 - 2\sqrt{6}, 1, \left\{ \left[1, 1 - \frac{2}{3}\sqrt{6} \right] \right\} \right] \right]$$

Решение системы линейных уравнений $AX=B$ в Maple:

> B:=vector([1,2]);

$$B := [1, 2]$$

> linsolve(A,B);

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{5}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

Простейшие преобразования и вычисления в Maple:

> expand((x+3)^3); (раскрытие скобок)

$$x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243$$

> factor(x^2-5*x+6); (разложение на множители)

$$(x-2)(x-3)$$

> `simplify(sin(x)^2+cos(x)^2)`; (упрощение выражений)

1

> `sum(i^3, i=1..n)`; (вычисление суммы $\sum_{i=1}^n i^3$)

$$\frac{1}{4}(n+1)^4 - \frac{1}{2}(n+1)^3 + \frac{1}{4}(n+1)^2$$

> `simplify(product(1-1/i, i=2..n))`; (вычисление произведения $\prod_{i=2}^n \left(1 - \frac{1}{i}\right)$)

$\frac{1}{n}$

Решение уравнений и систем уравнений в Maple:

> `solve(x^2+2*x+1)`;

-1, -1

> `solve(a*x^2+b*x+c, x)`;

$$\frac{1}{2} \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}, \frac{1}{2} \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

> `solve({x+2*y=3, x+y=1}, {x, y})`;

{x = -1, y = 2}

Операции с полиномами в Maple:

> `f := (x^3)*y+x*(y^3)`;

$$f := x^3 y + x y^3$$

> `g := x^2+y^2`;

$$g := x^2 + y^2$$

> `f+g`; (сложение полиномов)

$$x^3 y + x y^3 + x^2 + y^2$$

> `expand(f*g)`; (умножение полиномов)

$$x^5 y + 2 x^3 y^3 + x y^5$$

> `expand(f^5)`; (возведение в степень)

$$x^{15} y^5 + 5 x^{13} y^7 + 10 x^{11} y^9 + 10 x^9 y^{11} + 5 x^7 y^{13} + x^5 y^{15}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Говорухин, В. Н.* Введение в Maple. Математический пакет для всех / В. Н. Говорухин, В. Г. Цибулин. – М. : Мир, 1997. – 208 с.
2. *Матросов, А.* Maple 6. Решение задач высшей математики и механики / А. Матросов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.
3. *Дьяконов, В. П.* Maple 9 в математике, физике и образовании / В. П. Дьяконов. – М. : СОЛОН-Пресс, 2004. – 688 с.
4. *Баркович, О. А.* Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / О. А. Баркович. – Минск : БГПУ, 2005. – Ч. 1 : Введение в алгебру. – 134 с.