УДК 338.001.36

КЛЮЧЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ СТОИМОСТИ ОПЦИОНОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

А. А. Лицкевич

студент, Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь, aleksandrlickevic0@gmail.com

Научный руководитель **И. Н. Бородавка**

старший преподаватель, Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь, baradauka@bsu.by

Научная статья посвящена анализу эффективности использования метода Монте-Карло для оценки опционов и возможностям его улучшения. Проведена практическая реализация метода на примере конкретного опциона с анализом полученных результатов путем сравнения с результатом оценки моделью Блэка-Шоулза. Предложены варианты улучшения метода, такие как учет выплаты дивидендов, динамической волатильности и досрочного исполнения.

Ключевые слова: опцион; акция; метод Монте-Карло; моделирование; случайный процесс; итерация.

CHALLENGES AND APPROACHESA OPTION PRICING USING THE MONTE CARLO METHOD

A. A. Litskevich

student, Belarusian State University, Minsk, Belarus, aleksandrlickevic0@gmail.com

Supervisor **I. N. Borodauka**

senior lecturer, Belarusian State University, Minsk, Belarus, baradauka@bsu.by

This scientific article focuses on the effectiveness of the Monte Carlo method for option pricing and explores ways to improve it. A practical implementation of the method was conducted using a specific option, with results analyzed through comparison with the Black-Scholes model. Proposed improvements include accounting for dividend payments, dynamic volatility, and early option execution.

Keywords: option; stock; Monte Carlo method; modeling; stochastic process; iteration.

Опционы как финансовые инструменты начали активно использоваться в последней четверти XX века благодаря появлению математических моделей для точной оценки их стоимости. Согласно определению Большой российской энциклопедии, опцион (от лат. optio – выбор) – это контракт, предоставляющий владельцу право, но не обязательство, купить или продать актив по установленной цене в определённый момент времени [1]. Главное отличие от фьючерсов в том, что фьючерсы обязывают совершить сделку, а опционы – нет [2].

Опционы бывают европейскими (исполнение только в дату экспирации) и американскими (можно исполнить в любой момент до срока истечения) [3]. Выделяют два вида: опцион CALL – право на покупку, и PUT – право на продажу. Важными параметрами являются страйк (цена исполнения опциона), дата экспирации (срок действия опциона), волатильность (показатель изменения цены актива), безрисковая ставка (процентная ставка по активам без риска, например, государственным облигациям) и премия опциона (стоимость опциона, которую платит покупатель за право его использования). Волатильность определяет степень риска и влияет на цену опциона. Опцион считается «в деньгах» (ITM), если его исполнение выгодно, и «вне денег» (OTM) – если нет.

Существуют три основных метода оценки: биномиальная модель (строит дерево цен), аналитическая модель Блэка-Шоулза (самый популярный метод, рассчитывает стоимость по формуле, применима только к европейским опционам), и метод Монте-Карло – стохастический подход, на котором фокусируется данная работа. Стохастический процесс описывает случайное поведение системы. Оценка методом Монте-Карло основано на построении большого количества возможных сценариев изменения цены, вычисляя среднюю выплату. Данный подход базируется на законе больших чисел: «С ростом числа итераций результат приближается к математическому ожиданию». Метод позволяет приближённо, но эффективно оценивать опционы в условиях неопределённости.

Как я упоминал ранее, применение метода Монте-Карло в оценке опционов основано на многократном моделировании возможных траекторий изменения цены акции с учетом стохастических процессов с последующим расчетом ожидаемую стоимость выплаты опциона [4]. Каждый сценарий движения цены учитывается при расчёте выплаты, а итоговая стоимость определяется как среднее значение дисконтированных выплат.

В данной работе производится оценка европейского опциона CALL на акции компании Apple Inc. (тикер AAPL), данные о которых взяты с финансовой платформы Yahoo Finance на 25 апреля 2025 года [5]. Информацию о доступных опционных контракты на данной платформе можно найти в разделе options. Для каждого контракта есть обозначенная дата экспирации, страйковая цена и дополнительно значения волатильности в процентах. Цена покупки/продажи, а также количество купленных опционных контрактов не являются необходимыми параметрами для нашего моделирования, поскольку будет рассчитываться только теоретическая стоимость опциона.

В качестве примера будет оцениваться опцион с номером договора AAPL261218C00140000. Вся необходимая информация для моделирования представлена ниже:

- дата экспирации – 20 месяцев;
- цена страйка – 140 долларов;
- текущая стоимость акции – 209 долларов;
- волатильность акции – 45 %;
- безрисковая процентная ставка – 4 %.

Выбор безрисковой процентной ставки основывался на доходности казначейских облигаций США, которые традиционно используются в финансовых моделях в качестве ориентира стабильности, поскольку они являются надежнейшим источником доходности [6].

Генерация будущей стоимости акции будет проводиться с помощью следующей формулы:

$$S_T = S_0 \times \exp\left(\left[r - 1/2\sigma\hat{}2\right]t + \sigma\sqrt{t} \times N_{0,1}\right), \quad (1)$$

где S_T – будущая стоимость акции; r –безрисковая ставка; σ – волатильность или стандартное отклонение доходности акций; S_0 – текущая цена акции; t – момент времени, через который будет происходить прогнозирование; $N_{0,1}$ – случайна величина, имеющая стандартное нормальное распределение с матожиданием равным нулю и стандартным отклонением равным единице; $\exp$ – функция экспоненты, где число e возведено в степень результата указанного выражения в скобках.

Затем рассчитаем выплату по опциону, если опцион «в деньгах» с помощью данной формулы:

$$P = \max\left(s_r - k, 0\right), \tag{2}$$

где s_r – это смоделированная цена; k – цена страйка.

И проведем дисконтирование полученных результатов, чтобы учесть влияние инфляции и других факторов:

$$C_0 = e^{-rT} \cdot \mathbb{R}, \tag{3}$$

где r – безрисковая процентная ставка; T – период до даты экспирации; $\mathbb{R}$ – среднее значение выплаты по опциону.

Для проведения моделирования будет использован пакет Microsoft Excel, с помощью которого мы сможем смоделировать необходимое количество итераций, а также провести последующее усреднение и дисконтирование. В нашем случае для необходимой точности нужно будет провести 10 000 итераций, однако при необходимости анализирования большее количество параметров на большее количество итераций рекомендуется использовать языки программирования по типу Python.

После проведения необходимых 10 000 итераций мы получили большое количество возможных выплат по опциону, которые нужно проанализировать. Для начал мы усредним результаты моделирования, используя функцию СРЗНАЧ. Результатом данного усреднения стало значение в 93,99 долларов. Это значение представляло собой совокупный результат множества сценариев, отражающих возможные отклонения от траектории движения рынка.

Осталось лишь провести дисконтирования полученного результата по формуле, подставляя безрисковую ставку и дату экспирации для нашего опциона. В результате дисконтирования мы получили стоимость опциона в размере 87 долларов и 93 центов.

Теперь, имея теоретическую стоимость опциона по методу Монте-Карло, мы можем сравнить результаты с моделью Блэка-Шоулза. Для этого необходим лишь подставить упомянутые мною значения в готовую формулу. Полученная стоимость составила 89,49 долларов. Таким образом, расхождение с методом Монте-Карло составляет менее 2 долларов, что подтверждает достоверность численного подхода, а также можно сделать вывод, что данный опцион является недооценённым.

Проведенное мною исследование наглядно демонстрирует базовое применение метода Монте-Карло при оценке стоимости опционов. Вместе с тем, существует множество способов повышения точности данного метода, при реализации которых мы получим возможность с большей уверенностью основываться на результаты оценки при принятии инвестиционных решений или формирования хеджированной политики.

Одним из возможных способов повышения точности оценки методом Монте-Карло является внедрение динамической волатильности в вышеописанную модель. Так, вместо использования фиксированного значения волатильности можно использовать подход, учитывающий её изменение во времени в процессе моделирования. Реализовать это можно достаточно просто, задав волатильность как функцию времени.

Например, можно использовать линейную функцию \sigma_t, которая отражающая изменения неопределенности рынка на протяжении срока действия опциона. Такой подход позволит более точно учитывать изменения рыночной неопределённости, а также улучшить качество оценки стоимости опциона. Второй способ повышения точности оценки тесно связан с учётом дивидендов. Для получения более точных результатов при моделировании важно различать базовые активы, выплачивающие дивиденды, и те, у которых такая практика отсутствует. На первый взгляд может показаться, что дивиденды не оказывают значительного влияния на цену базового актива и, соответственно, на стоимость опциона. Однако это не так.

Простым словами, дивиденды – это часть прибыли компании, которая распределяется между её акционерами в виде денежных выплат или дополнительных акций, являясь формой вознаграждения за вложенный капитал и подтверждением участия в собственности предприятия. Обычно, при объявлении компанией дивидендов, цена ее акции снижается на сумму дивидендов [7]. В свою очередь, стоимость акции имеет непосредственной влияние на стоимость опционов.

Так, цена опциона CALL снижается, поскольку уменьшается потенциал для получения прибыли от роста цены акции. Это связано с тем, что при снижении цены акции вероятность того, что опцион окажется в деньгах (то есть цена акции превысит цену исполнения), уменьшается, что ведёт к снижению стоимости опциона. Опцион типа PUT напротив, выигрывает с данного уменьшения цены и приближается к своему значению в деньгах. Поэтому, для улучшения точности оценки опционов необходимо учитывать возможность выплаты компанией дивидендов в приведенной формуле расчета будущей стоимости акции. Из этого можно сформировать следующую формулу:

$$S_T = S_0 \cdot \exp\left(\left[\mu - q - 1/2\sigma\hat{}2\right]t + \sigma\sqrt{t} \cdot N_{0,1}\right), \tag{4}$$

где q – доходность по дивидендам.

Подводя итоги, внедрение двух описанных способов, динамической волатильности и учёта дивидендов, в оценку опционов методом Монте-Карло позволяет значительно повысить точность моделирования. Но эффективность метода можно увеличить еще больше. Для этого рассмотрим возможно применения метода Монте-Карло в оценке американских опционов.

В описанном мною классическом методе Монте-Карло, применяемом для оценки европейских опционов, моделируются случайные траектории цены базового актива вплоть до даты экспирации, после чего рассчитывается средняя дисконтированная выплата.

Однако для американских опционов необходимо определить оптимальную стратегию досрочного исполнения, что усложняет задачу. Во многом поэтому много раз упомянутый мною метод признан плохо подходящим для оценки опционов американского типа.

Но все же адаптировать данный способ для оценки американских опционов возможно, для этого необходимо лишь внести несколько важных корректировок, чтобы учитывать возможность раннего исполнения опциона. Предположительно метод может выглядеть следующим образом.

Так как опцион американского типа может быть реализован в любой момент времени, нужно моделировать цену базового актива для каждого временного промежутка времени. Предположим, в нашем случае временной промежуток равен один день. Затем, имея сгенерированные цены базового актива, мы ставим нашему моделированию условия. В случае, если опцион исполнятся в рассматриваемый временной шаг, мы высчитываем стоимость опциона по формуле 2. В обратном же случае, если опцион не исполняется, мы дисконтируем ожидаемую стоимость будущих выплат по формуле 3.

Подводя итог, метод Монте-Карло остаётся мощным инструментом, применимым во многих отраслях. Он позволяет решать задачи, связанные с оценкой стоимости опционов и оптимизацией стратегий. Среди его преимуществ – наглядность, гибкость, возможность реализации в Excel без необходимости программирования, адаптируемость к различным параметрам рынка. К недостаткам относится высокая вычислительная нагрузка и необходимость большого числа итераций.

Тем не менее, дальнейшее развитие метода – за счёт повышения точности, улучшения алгоритмов и адаптации к более сложным инструментам, таким как американские опционы –

сделает его ещё более востребованным. Метод Монте-Карло продолжит занимать ключевое место в арсенале финансовой аналитики, обеспечивая надёжные и точные оценки в условиях рыночной неопределённости.

Библиографические ссылки

1. Опцион: [арх. 4 января 2023] // Большая российская энциклопедия: [в 35 т.] / гл. ред. Ю. С. Осипов. М. : Большая российская энциклопедия, 2004–2017 (дата обращения: 29.03.2025).
2. Сайт Московской биржи. Что такое опционы? URL: https://www.moex.com/msn/ru-what-are-options (дата обращения: 30.03.2025).
3. *Катаргин Н. В., Качалина Е. А.* Анализ временных рядов : учебник для вузов. Санкт-Петербург : Лань, 2024. 127 с.
4. Метод Монте-Карло для оценки экзотических опционов // КиберЛенинка. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metod-monte-karlo-dlya-otsenki-ekzoticheskih-optsionov/viewer (дата обращения: 23.04.2025).
5. Yahoo Finance. Опционы на акции Apple (AAPL). URL: https://finance.yahoo.com/quote/AAPL/options/?date=1745539200&type=puts (дата обращения: 20.04.2025).
6. Министерство финансов США. Официальный сайт. URL: https://home.treasury.gov/ (дата обращения: 26.04.2025).
7. FasterCapital. Дивиденды – изучение влияния дивидендов на теоретическое значение опции. URL: https://fastercapital.com/ru/content/Дивиденды--изучение-влияния-дивидендов-на-теоретическое-значение-опции.html#понимание-значимости-дивидендов-в-торговле-опционами, свободный (дата обращения: 26.04.2025).