

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король



Регистрационный № 4307/8.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине
для специальности:

6-05-0533-10 Информатика

Профилизация: Дискретная математика и биоинформатика

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-10-2023; учебного плана БГУ: № 6-5.3-58/03 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.И.Бенедиктович, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

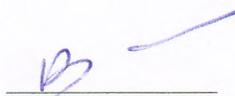
В.Г.Найденко, ведущий научный сотрудник отдела теории чисел Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дискретной математики и алгоритмики БГУ
(протокол № 4 от 16.10.2025);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 3 от 30.10.2025)

Заведующий кафедрой



В.М.Котов



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель преподавания учебной дисциплины – ознакомление студентов с современным состоянием теории графов и последними достижениями в разработке теоретико-графовых алгоритмов, а также сложностными аспектами алгоритмических задач. В программу дисциплины включены разделы, отражающие современное состояние теории графов. Большое внимание уделяется последним достижениям в разработке теоретико-графовых алгоритмов, а также сложностным аспектам алгоритмических задач. Даются примеры сведения прикладных задач к задачам теории графов и использования аппарата этой теории. Приводятся связи теории графов с другими разделами дискретной математики, такими, например, как теория кодирования, комбинаторная оптимизация, комбинаторная геометрия.

Задачи учебной дисциплины:

1. Ознакомление студентов с основными понятиями и фактами теории графов, и связями между ними.
2. Обучение методам нахождения ключевых структурных и численных характеристик графов.
3. Ознакомление со сложностным статусом модельных задач теории графов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю дисциплин профилизации «Дискретная математика и биоинформатика» компонента учреждения образования.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ по дисциплинам. Основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины «Дискретная математика и математическая логика», «Алгоритмы и структуры данных», «Модели и алгоритмы задач дискретной оптимизации» модуля «Дискретные структуры и алгоритмы» государственного компонента. Знания, полученные в учебной дисциплине, находят свое применение при проектировании алгоритмов, используются при выполнении студентами курсовых и дипломных работ.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория графов» должно обеспечить формирование следующих универсальных и специализированных компетенций:

Универсальные компетенции:

Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

Специализированные компетенции:

Строить и анализировать теоретико-графовые модели и разрабатывать эффективные графовые алгоритмы для задач прикладного характера.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и факты теории графов и связи между ними;
- ключевые структурные и численные характеристики графов;
- сложностной статус модельных задач теории графов;
- связи теории графов с другими разделами дискретной математики;

уметь:

- строить и анализировать теоретико-графовые модели прикладных задач;
- оценивать основные параметры графов;
- оценивать сложность алгоритмического решения теоретико-графовых задач;

иметь навык:

- владения базовыми алгоритмами анализа графов;
- построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6-м семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Теория графов» отведено для **очной формы** получения высшего образования – 108 часов, в том числе 64 аудиторных часа, лекции – 32 часа, лабораторные занятия – 32 часа. **Из них:**

Лекции – 32 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Базовые понятия и определения

Тема 1.1. Операции над графами, подграфы и изоморфизм

Определение графа. Операции удаления элементов, стягивания и слияния. Остовные и порожденные подграфы. Изоморфизм графов и группа автоморфизмов. Проблемы вершинной и реберной реконструкции.

Тема 1.2. Цепи, циклы, компоненты и некоторые классы графов

Маршруты, цепи, и компоненты связности. Метрические характеристики. Степени вершин графа и регулярные графы. k -дольные графы и критерий двудольности. Графы пересечений и реберные графы.

Раздел 2. Связность

Тема 2.1. Деревья, вершинная и реберная связности

Эквивалентные определения дерева. Дерево Штейнера. Соотношение между числами вершинной и реберной связности.

Тема 2.2. Двусвязные графы и подграфы

Эквивалентные определения двусвязного графа. Блоки, дерево блоков и точек сочленения. Поиск в глубину с выделением блоков и точек сочленения.

Тема 2.3. k -связные графы и k -связные компоненты

Теорема о пересечении k -компоненты. Теоремы Уитни и Менгера о непересекающихся цепях. Реберная k -связность. Алгоритмические аспекты k -связности ($k > 2$).

Раздел 3. Планарность

Тема 3.1. Плоские и планарные графы

Укладки графа. Формула Эйлера и ее следствия. Двусвязные плоские графы. Плоские триангуляции. Двойственность и планарность. Проблемы построения экстремальных триангуляций.

Тема 3.2. Критерии планарности и характеристики непланарных графов, связанные с планарностью

Критерии планарности графа. Род графа и число скрещиваний. Толщина и искаженность графа. Алгоритмические аспекты.

Раздел 4. Обходы в графах

Тема 4.1. Эйлеровы графы

Критерий эйлеровости. Покрытие графа цепями. Теорема Коцига о подциклах. Алгоритмические аспекты эйлеровости. Эйлеровы графы в приложениях.

Тема 4.2. Гамильтоновы циклы и цепи

Достаточные условия гамильтоновости. Жесткость графа и его циклическая структура. Необходимое условие гамильтоновости графов. Алгоритмические аспекты гамильтоновости и задача о коммивояжере.

Раздел 5. Независимость и покрытия

Тема 5.1. Вершинная независимость и покрытие

Соотношение между числами независимости и покрытия. Оценки числа независимости в терминах степеней вершин и спектра матрицы смежности. Клики и доминирующие множества. Двухцветная теорема Рамсея. Приложения независимости, покрытий и доминирования.

Тема 5.2. Паросочетания и реберные покрытия

Теорема Галлаи о числах реберной независимости и реберного покрытия. Теоремы Холла и Тата о паросочетаниях. 1-факторизация регулярного двудольного графа. Соотношение между числами независимости, покрытия и паросочетания в двудольном графе. Двудольные графы и семейства подмножеств.

Тема 5.3 Алгоритмические аспекты независимости и покрытий

Увеличивающие цепи и построение наибольшего паросочетания в двудольном графе. Полиномиальная разрешимость задачи о наибольшем независимом множестве вершин в классе двудольных графов. Алгоритмические аспекты независимости в графах отличных от двудольных.

Раздел 6. Раскраски

Тема 6.1. Вершинная раскраска и оценки хроматического числа

Теорема Брукса. Хроматический полином. Раскраски плоских графов и проблема четырех красок. Гипотеза Хадвигера. Теорема Рингеля-Янгса о хроматическом числе поверхности.

Тема 6.2. Совершенные графы и реберная раскраска

Определение и примеры совершенных графов. Критерий совершенности графа. Теорема Визинга о хроматическом индексе. Алгоритмические аспекты раскрашивания.

Раздел 7. Степенные последовательности

Тема 7.1. Графическая последовательность и критерии графичности

Теорема о переключениях. Критерии графичности числовой последовательности (Гавел-Хакими, Эрдеш-Галлаи).

Тема 7.2. Специальные реализации графической последовательности

Реализации деревом и связным графом. Гамильтонова реализация.

Раздел 8. Векторные пространства и матрицы графов

Тема 8.1. Графы и векторные пространства

Векторное пространство графа. Размерность подпространств циклов и разрезов. Связь между подпространствами циклов и разрезов. Ортогональность подпространств циклов и разрезов.

Тема 8.2. Графы и матрицы

Матрица инцидентности. Матрица смежности. Матрица Лапласа. Спектр матриц. Теорема Перрона-Фробениуса. Матричная теорема Кирхгофа и теорема Кэли о числе остовных деревьев.

Раздел 9. Орграфы и гиперграфы

Тема 9.1. Орграфы

Эйлеровы и гамильтоновы орграфы. Раскраски, независимость и пути в орграфах. Теоремы Галлаи и Дилворта. База и ядро.

Тема 9.2. Гиперграфы

Кенигово представление гиперграфа. Паросочетания, независимость и раскраски гиперграфов. Бихроматические гиперграфы. Реализации гиперграфов. Приложения в проектировании сверхбольших интегральных схем.

Раздел 10. Введение в теорию NP-полноты

Тема 10.1. Классы P, NP и NP-полные задачи

Недетерминированные вычисления и полиномиальные сводимости. Теорема Кука. Список базовых NP-полных задач. Сильная NP-полнота.

Тема 10.2. Другие классы сложности

Классы co-NP, $NP \cap co-NP$, KP и P-SPACE. Миноры в графах и понятие о «неконструктивной» полиномиальной разрешимости.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий
(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Иное	Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Базовые понятия и определения	2			2			
1.1	Операции над графами, подграфы и изоморфизм	1						Устный опрос.
1.2	Цепи, циклы, компоненты и некоторые классы графов	1			2			Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
2	Связность	6			6			
2.1	Деревья, вершинная и реберная связности	2			2			Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
2.2	Двусвязные графы и подграфы	2			2			Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
2.3	k -связные графы и k -связные компоненты	2			2			Собеседование. Контрольная работа №1.
3	Планарность	4			4			
3.1	Плоские и планарные графы	2			2			Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их

							устной защитой.
3.2	Критерии планарности и характеристики непланарных графов, связанные с планарностью	2			2		Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
4	Обходы в графах	4			2	2	
4.1	Эйлеровы графы	2			1	1	Дискуссия.
4.2	Гамильтоновы циклы и цепи	2			1	1	Дискуссия. Контрольная работа №2.
5	Независимость и покрытия	4			6		
5.1	Вершинные независимость и покрытие	2			2		Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
5.2	Паросочетания и реберные покрытия	1			2		Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
5.3	Алгоритмические аспекты независимости и покрытий	1			2		Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
6	Раскраски	2			4		
6.1	Вершинная раскраска и оценки хроматического числа	1			2		Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
6.2	Совершенные графы и реберная раскраска	1			2		Собеседование. Контрольная работа №3.
7	Степенные последовательности	2			2		
7.1	Графическая последовательность и критерии графичности	1					Устный опрос.
7.2	Специальные реализации графической последовательности	1			2		Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.

8	Векторные пространства и матрицы графов	4					
8.1	Графы и векторные пространства	2					Устный опрос.
8.2	Графы и матрицы	2					Устный опрос.
9	Орграфы и гиперграфы	2			2		
9.1	Орграфы	1					Устный опрос.
9.2	Гиперграфы	1			2		Устный опрос. Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
10	Введение в теорию NP-полноты	2			2		
10.1	Классы P, NP и NP-полные задачи	1					Устный опрос.
10.2	Другие классы сложности	1			2		Контрольная работа №4.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Лекции по теории графов: учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В.А. Емеличев [и др.]. - Изд. стер. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2021. - 383 с.
2. Асанов М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие для вузов / Асанов М. О., Баранский В. А., Расин В. В.; Баранский В. А., Расин В. В. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 364 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/407519>.
3. Игнатъев, А. В. Теория графов. Лабораторные работы : учебное пособие / А. В. Игнатъев ; Волгоградский гос. технический ун-т. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2022. - 60 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/230342>.
4. Иорданский М. А. Введение в конструктивную теорию графов : учебное пособие для вузов / Иорданский М. А. - Санкт-Петербург : Лань, 2025. - 128 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/494990>.
5. Котов, В. М. Теория алгоритмов. Организация перебора и приближенные алгоритмы : учебно-методическое пособие для студ. учреждений высшего образования, обуч. по спец. "Информатика" / В. М. Котов, Е. П. Соболевская, Г. П. Волчкова ; БГУ. - Минск : БГУ, 2022. - 151 с. - <https://elib.bsu.by/handle/123456789/312810>.

Дополнительная литература

1. Алексеев, В.Е. Теория графов: учебное пособие / В.Е. Алексеев, Д.В. Захарова. - Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 119 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/153421>.
2. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. - М.: Мир, 1982. - 416 с.
3. Дзержинский, Р.И. Теория графов: учебное пособие / Р.И. Дзержинский, Б.А. Крынецкий. - Москва: РТУ МИРЭА, 2022. - 104 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/311000>.
4. Дистель, Р. Теория графов / Р. Дистель. - Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2002. - 336 с.
5. Емеличев, В.А. Теория графов в задачах и упражнениях / В.А. Емеличев, И.Э. Зверович, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. - М.: УРСС, 2013. - 416 с.
6. Зыков, А.А. Основы теории графов / А.А. Зыков. - М.: Наука, 1987. - 384 с.
7. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. - М.: Мир, 1978. - 432 с.
8. Оре, О. Теория графов / О. Оре. - М.: Наука, 1980. - 336 с.

9. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. - М.: Мир, 1973. - 300 с.
10. Bondy, J.A. Graph theory / J.A. Bondy, U.S.R. Murty. - Berlin: Springer, 2008. - 651 p.
11. Chartrand, G. Applied and algorithmic graph theory / G. Chartrand, O.R. Oellermann. - McGraw-Hill, 1993. - 395 p.
12. West, D.B. Introduction to graph theory / D.B. West. - NJ: Prentice Hall, 1996. - 512 p.
13. Алгоритмы и структуры данных: электронный учебно-методический комплекс для специальностей: 6-05-0533-09 «Прикладная математика», 6-05-0533-10 «Информатика», 6-05-0533-11 «Прикладная информатика», 1-31 03 04 «Информатика», направлений специальностей: 1-31 03 03-01 «Прикладная математика (научно-производственная деятельность)», 1-31 03 07-01 «Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем)». В 3 ч. Ч. 1 / Е. П. Соболевская [и др.]; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. дискретной математики и алгоритмики. - Минск: БГУ, 2023. - 183 с. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/309510> .
14. Котов, В. М. Сборник задач по теории алгоритмов. Организация перебора и приближенные алгоритмы [Электронный ресурс]: электронный учебно-методический комплекс для специальности: 1-31 03 04 «Информатика» / В.М. Котов, Е.П. Соболевская, Г.П. Волчкова; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. дискретной математики и алгоритмики. – Минск: БГУ, 2021. - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/272717>.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущей и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины могут использоваться следующие средства текущей аттестации:

1. Устная форма: собеседование, дискуссия, устный опрос.
2. Письменная форма: контрольные работы.
3. Устно-письменная форма: отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен **зачет**.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Управляемая самостоятельная работа предлагается в виде заданий научно-исследовательского характера.

Тема 4.1. Эйлеровы графы (1ч.)

Алгоритмические аспекты эйлеровости. Анализ вычислительной сложности алгоритмов построения эйлерова цикла.

Форма контроля – дискуссия.

Тема 4.2. Гамильтоновы циклы и цепи. (1 ч.)

Алгоритмические аспекты гамильтоновости и задача о коммивояжере. Анализ вычислительной сложности алгоритмов построения гамильтонова цикла.

Форма контроля – дискуссия.

Примерный перечень лабораторных занятий

Занятие 1. Базовые понятия и определения теории графов.

Занятие 2. Связность. Вершинная и реберная связности.

Занятие 3. k -связные графы.

Занятие 4. Формула Эйлера и ее следствия.

Занятие 5. Плоские триангуляции.

Занятие 6. Двойственность и планарность.

Занятие 7. Эйлеровы и гамильтоновы графы.

Занятие 8. Вершинные независимость и покрытие.

Занятие 9. Паросочетания и реберные покрытия.

Занятие 10. Наибольшее паросочетание и наибольшее независимое множество в двудольном графе.

Занятие 11. Хроматическое число и хроматический индекс.

Занятие 12. Реализации графической последовательности с заданными свойствами.

Занятие 13. Раскраски, независимость и пути в орграфах.

Занятие 14. Гиперграфы: раскраски, независимость и реализации.

Занятие 15. Полиномиальные сводимости и NP-полные задачи.

Рекомендуемая тематика контрольных работ

1) Контрольная работа № 1. «Связность».

2) Контрольная работа № 2. «Планарность и обходы в графах».

3) Контрольная работа № 3. «Независимость и раскраски».

4) Контрольная работа № 4. «Графы, алгоритмы и сложность вычислений» (тест).

Примерный вариант контрольной работы по теме «Связность».

1. Докажите, что не существует регулярного графа, в котором окружение каждой вершины порождает звезду (т.е. граф $K_{1,p}$).

2. Докажите, что в 3-связном графе любые три вершины принадлежат простому циклу.

3. Пусть G – самодополнительный граф. Докажите, что

$$d(G) \leq 3.$$

4. Пусть G – двудольный регулярный граф с долями A и B . Докажите, что

$$|A| = |B|.$$

5. Постройте граф с данными параметрами:

$$\alpha = 2, \lambda = 3, \delta = 3, \Delta = 6.$$

6. Найдите 2- и 3-компоненты данного графа (выпишите соответствующие списки вершин).

7. Являются ли данные графы изоморфными?

Примерный вариант контрольной работы по теме «Планарность и обходы в графах».

1. Докажите, что 5-связный планарный граф имеет не менее 12 вершин.

2. Приведите пример для каждого p : граф G – p -связный и не гамильтонов.

3. Докажите, что не существует графа G , $|G| \geq 5$, в котором каждый порождённый подграф порядка 4 является циклом C_4 .

4. Докажите, что граф $L(G)$ гамильтонов, если граф G связан и каждое его ребро принадлежит треугольнику.

5. Докажите, что граф является эйлеровым тогда и только тогда, когда каждый его блок эйлеров.

6. Найдите гипогамильтонов граф порядка $n > 8$.

7. Нарисуйте плоский 3-связный граф, у которого 13 граней, из них:

$$f_3 = 6, f_4 = 3, f_5 = 3, f_6 = 1.$$

8. Является ли граф C_n^2 планарным?

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются следующие методы:

– *метод учебной дискуссии*, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

– *метод группового обучения*, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

В качестве технических средств для организации работы в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать Образовательный портал БГУ (<https://edufpmi.bsu.by>) – инструмент с эффективной функциональностью контроля, тренинга и самостоятельной работы.

– *практико-ориентированный подход*, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих профессиональные компетенции.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, презентации лекций, методические указания к практическим занятиям, электронные версии домашних заданий, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в том числе вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Изоморфизм, группа автоморфизмов графа и гипотеза Келли–Улама о реконструкции.
2. Матрицы, связанные с графами.
3. Метрические характеристики графа.

4. Числа вершинной и рёберной связности графа.
5. Теорема, дающая эквивалентные определения дерева.
6. Теорема Кирхгофа о деревьях.
7. Задача построения дерева Штейнера.
8. k -связные компоненты графа.
9. Теорема, дающая эквивалентные определения 2-связного графа.
10. Свойства блоков графа, дерево блоков и точек сочленения.
11. Теорема Менгера и критерий k -связности графа.
12. Укладки графа на плоскости и в пространстве.
13. Теорема Эйлера о плоских графах и её следствия.
14. Критерий 2-связности плоского графа.
15. Плоские триангуляции.
16. Критерии планарности Понтрягина-Куратовского и Вагнера.
17. Геометрически двойственный граф.
18. Абстрактно двойственный граф и критерий планарности Уитни.
19. Вложение графа в поверхность и род графа.
20. Число скрещиваний графа.
21. Искаженность и толщина графа.
22. Критерий эйлеровости графа и минимальное число рёберно-непересекающихся цепей, покрывающих граф.
23. Теорема Коцига об эйлеровых графах.
24. Достаточные условия Дирака, Оре, и Хватала гамильтоновости графа.
25. Достаточное условие гамильтоновости планарного графа.
26. Гамильтоновы циклы в степенях графов.
27. Достаточное условие гамильтоновости графа в терминах запрещённых подграфов.
28. Необходимое условие гамильтоновости плоского графа.
29. Оценки числа $\alpha_0(G)$ через степени вершин графа и спектр матрицы смежности.
30. Связь между числами независимости и покрытия произвольного графа.
31. Теорема Холла о паросочетаниях в двудольном графе.
32. Следствия из теоремы Холла для случая регулярных двудольных графов.
33. Критерий существования в двудольном графе паросочетания заданной мощности.
34. Критерий существования совершенного паросочетания в произвольном графе.
35. Связь между числами независимости и покрытия двудольного графа.
36. Полиномиальная разрешимость задачи о наибольшем независимом множестве в классе двудольных графов.
37. Двухцветная теорема Рамсея.
38. Оценки хроматического числа графа - теорема Брукса.
39. Оценки хроматического индекса.
40. Критерий 3-раскрашиваемости плоской триангуляции.
41. Теорема Хивуда о раскраске планарного графа.

42. Гипотеза Хадвигера.
43. Теорема Рингеля-Янгса о хроматическом числе поверхности.
44. Совершенные графы.
45. Хроматический полином.
46. Лемма о переключениях и связь между различными реализациями графической последовательности.
47. Критерии графичности.
48. Орграфы сильные и односторонние.
49. Сильные компоненты и конденсация орграфа.
50. Достаточное условие гамильтоновости орграфа.
51. Теорема о путях и числе независимости орграфа.
52. Теорема Дилворта.
53. Теорема о путях и хроматическом числе орграфа.
54. Двойственный гиперграф и кёнигово представление гиперграфа.
55. Раскраски вершин гиперграфа.
56. Реализации гиперграфов.
57. Полиномиальные сводимости.
58. Классы P, NP, co-NP и $NP \cap co-NP$.
59. Основные NP-полные задачи.
60. Классы KP и P-SPACE.
61. Миноры в графах и «неконструктивная» полиномиальная разрешимость.

Примерный перечень навыков к зачету

1. Знать основные понятия и факты теории графов и связи между ними.
2. Знать ключевые структурные и численные характеристики графов.
3. Знать сложностной статус модельных графовых задач в основных классах графов.
4. Владеть навыками построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.
5. Уметь оценивать основные параметры графов и сложность алгоритмического решения теоретико-графовых задач.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой дискретной математики и алгоритмики, доктор физико-математических наук, профессор



В.М.Котов

16.10.2025

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
