

# БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского  
государственного университета

А.Д.Король



Регистрационный № 4242/м.

## ТЕОРИЯ ГРУПП ЛИ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для  
специальности:

**7-06-0533-04 Математика и компьютерные науки**

Профилизация: Математика

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 7-06-0533-04-2025, учебного плана БГУ № М52-5.4-52/уч. от 23.05.2025.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

*В.В.Балащенко*, доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

*Н.В.Гриб*, заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

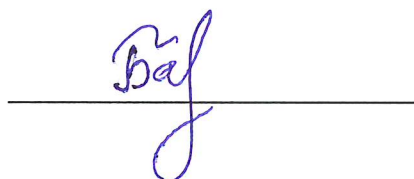
*Г.В.Матвеев*, доцент кафедры фундаментальной математики и интеллектуальных систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики БГУ (протокол № 6 от 28.11.2025);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 5 от 18.12.2025)

Заведующий кафедрой



Д.Ф.Базылев



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Цель** учебной дисциплины – формирование современных представлений об одном из важнейших классов математических объектов – группах Ли, которые широко используются в теоретических и прикладных разделах математики.

### **Задачи учебной дисциплины:**

1. Изучение основ теории групп Ли.
2. Изучение основ теории алгебр Ли.
3. Изучение взаимосвязи групп Ли и алгебр Ли и их применение для изучения геометрических объектов и исследования математических моделей.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина относится к модулю «Алгебра и геометрия» компонента учреждения образования.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина связана с фундаментальным курсом «Дифференциальная геометрия и топология», а также опирается на учебную дисциплину «Гладкие многообразия».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Теория групп Ли» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

### **Специализированные компетенции:**

Применять актуальные методы геометрии и алгебры в математических моделях.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен:

**знать:** понятия группы Ли, алгебры Ли, основные сведения об их взаимосвязи и о линейных представлениях;

**уметь:** приводить примеры групп Ли и алгебр Ли;

**иметь навык:** владения основными разделами теории групп Ли и алгебр Ли.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается во 2-м семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Теория групп Ли» отведено для очной формы получения углубленного высшего образования: 108 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 18 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## Раздел 1. Группы Ли

### ***Тема 1.1. Определение и примеры групп Ли.***

Определение группы Ли (варианты аксиом). Примеры групп Ли, их топологические свойства. Прямое произведение групп Ли, примеры.

### ***Тема 1.2. Гомоморфизмы групп Ли.***

Гомоморфизмы групп Ли, примеры гомоморфизмов. Специальные отображения в группе Ли (левый сдвиг, правый сдвиг, внутренний автоморфизм).

### ***Тема 1.3. Подгруппы Ли.***

Топологические подгруппы и подгруппы Ли. Открытые подгруппы. Классические группы Ли и классические геометрии.

## Раздел 2. Алгебры Ли

### ***Тема 2.1. Алгебра Ли группы Ли.***

Левоинвариантные векторные поля на группе Ли. Алгебра Ли группы Ли, ее геометрическая реализация. Соответствие между группами Ли и алгебрами Ли.

### ***Тема 2.2. Алгебры Ли (основные понятия).***

Алгебры Ли, подалгебры Ли, идеалы. Структурные константы. Гомоморфизмы алгебр Ли, изоморфизм. Примеры алгебр Ли и гомоморфизмов.

### ***Тема 2.3. Линейные представления.***

Линейные представления алгебр Ли, типы линейных представлений. Теорема Адо. Присоединенное представление алгебры Ли.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения углубленного высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСП	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	<b>Группы Ли</b>	<b>10</b>			<b>10</b>			
1.1	Определение и примеры групп Ли	6			6			Отчеты
1.2	Гомоморфизмы групп Ли	2			2			Отчеты
1.3	Подгруппы Ли	2			2			Отчеты
2.	<b>Алгебры Ли</b>	<b>8</b>			<b>8</b>			
2.1	Алгебра Ли группы Ли	2			2			Отчеты
2.2	Алгебры Ли (основные понятия)	4			4			Отчеты
2.3	Линейные представления	2			2			Отчеты
	<b>Всего по дисциплине</b>	<b>18</b>			<b>18</b>			

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература

1. Исаев, А. П. Теория групп и симметрий. Конечные группы. Группы и алгебры Ли / А. П. Исаев, В. А. Рубаков. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2022. - 493 с.
2. Каргаполов, М.И. Основы теории групп / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. – СПб.: Лань, 2022. – 287 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/238481>.

### Дополнительная литература

1. Винберг Э.Б., Онищик А.Л, Основы теории групп Ли. Группы Ли и алгебры Ли – 1, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, 20, ВИНТИ, М., 1988, С. 5–101.
2. Хелгасон С. Дифференциальная геометрия, группы Ли и симметрические пространства. – М.: Факториал Пресс, 2005.
3. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. - М.: Мир, 1987.
4. Постников М.М. Лекции по геометрии: Группы и алгебры Ли. Семестр V. Изд. 2. URSS. 2017. - 448 с.
5. Gallier J. Notes on Differential Geometry and Lie Groups. – Univ. Pennsylvania, USA. 2015.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций магистрантов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений магистрантов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для оценки соответствия достижений и уровня знаний магистрантов требованиям программы используется следующий диагностический инструментарий:

- отчет по индивидуальным заданиям.

Отметка за выполнение индивидуальных заданий отражает степень самостоятельности выполнения задания, соответствие теоретическим положениям, творческий подход.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Теория групп Ли» учебным планом предусмотрен экзамен.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых

коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

– отчет по индивидуальным заданиям – 100 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (модульно-рейтинговой системы оценки знаний) 30 % и экзаменационной отметки 70 %.

### **Примерная тематика лабораторных занятий**

Занятие № 1. Примеры групп Ли, их топологические свойства.

Занятие № 2. Прямое произведение групп Ли, примеры.

Занятие № 3. Гомоморфизмы групп Ли, примеры гомоморфизмов.

Занятие № 4. Классические группы Ли и классические геометрии.

Занятие № 5. Алгебра Ли группы Ли, ее геометрическая реализация.

Занятие № 6. Примеры алгебр Ли и гомоморфизмов.

Занятие № 7. Классические алгебры Ли.

Занятие № 8. Присоединенное представление алгебры Ли.

Занятие № 9. Алгебры Ли классических групп Ли.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используются следующие подходы и методы:

*эвристический*, ориентированный на: - осуществление магистрантами лично-значимых открытий в процессе подготовки к лекциям и лабораторным занятиям по теории гладких многообразий; - демонстрацию различных способов решений математических задач, методов, форм, средств и приемов организации учебной деятельности магистрантов; - творческую самореализацию магистрантов в процессе использования сложной математической техники из многих фундаментальных и специальных математических дисциплин;

*практико-ориентированный*, предполагающий: - освоение содержания образования через решения практических задач; - приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; - использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;

*метод группового обучения*, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности магистрантов, предполагающую совместную работу как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

## Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы: – поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме учебной дисциплины; – выполнение домашнего задания; – работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений, выдаваемых на лекционных и лабораторных занятиях; – изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку.

### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Группы Ли (определение, примеры).
2. Матричные группы Ли. Группа Гейзенберга.
3. Прямое произведение групп Ли. Примеры.
4. Гомоморфизмы групп Ли. Примеры.
5. Специальные отображения в группах Ли. Внутренний автоморфизм.
6. Подгруппы Ли в группе Ли. Примеры.
7. Левоинвариантные векторные поля. Алгебра Ли группы Ли.
8. Алгебры Ли (основные понятия). Примеры.
9. Гомоморфизмы алгебр Ли.
10. Классические алгебры Ли.
11. Линейные представления алгебр Ли. Теорема Адо.
12. Присоединенное представление алгебры Ли. Примеры.
13. Форма Киллинга алгебры Ли. Свойства, примеры.
14. Линейные представления групп Ли.
15. Присоединенное представление группы Ли.
16. Однопараметрические подгруппы в группе Ли.
17. Экспоненциальное отображение для групп Ли. Свойства.
18. Подгруппы Ли и подалгебры Ли.
19. Алгебры Ли классических групп Ли.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой  
геометрии, топологии и  
методики преподавания математики  
кандидат физико-математических наук,  
доцент



Д.Ф.Базылев

28.11.2025

# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_