

решения уравнений указанного типа, в то время как предлагаемые алгоритмы позволяют получить удовлетворительные результаты.

τ	n	$u(t_n)$	Р-К-Н	Метод 1
$\frac{1}{2048} \approx 0.0005$	1	0.1953602 - 02	0.1953602 - 02	0,1953597 - 02
	11	0.2154238 - 01	0.1386756 + 11	0,2154239 - 01
	12	0.2350657 - 01	*	0,2350656 - 01
	40960	0.7999950 + 04	*	0,7999950 + 04
0.5	1	0,2708333 + 01	-0.6749992 + 06	0,2708333 + 01
	2	0,7500000 + 01	*	0,7500000 + 01
	1000	0,1250000 + 09	*	0,1250000 + 09

Примечания: Р-К-Н — метод Рунге — Кутта — Нистрёма [8]; * — приближенное решение не получено в результате переполнения разрядной сетки ЭВМ «Минск-32».

В заключение отметим, что рассматриваемые методы покоординатно могут быть перенесены на системы соответствующих уравнений, а также на их основе могут быть построены разностные схемы решения граничных задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобков В. В. — «ДАН БССР», 1977, 21, № 5, 395.
2. Dahlquist G. — «BIT», 1963, 3, 27.
3. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, 2, М., 1959.

Поступила в редакцию
8/IX 1977 г.

Кафедра вычислительной
математики

УДК 539.143

В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ, С. А. КУТЕНЬ,
С. И. ЛИВШИЦ, И. Д. ФЕРАНЧУК

КВАДРУПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ АТОМА ВОДОРОДА

В работе [1] нами получено выражение для квадрупольного момента Q основного состояния атома водорода, записанное в виде бесконечного ряда теории возмущений, и дана оценка вклада дискретного спектра в величину Q . Возможно, однако, избежать непосредственного суммирования рядов теории возмущений, используя эффективный путь прямого решения возмущенного уравнения Шредингера. Это и составляет основу так называемых аналитических методов в теории возмущений. Указанные методы применительно к задачам атомной спектроскопии были развиты в работах [2] (для основного состояния) и [3—5] (для возбужденных состояний), в которых были найдены волновые функции S -состояний атомов с учетом примеси к ним D -состояний.

В системе центра инерций квадрупольный момент атома водорода в основном (триплетном) состоянии определяется выражением

$$Q = 2 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \langle \Psi_{1S}^{(1)} | (3z^2 - r^2) | \Psi_{1S} \rangle, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 — масса электрона и протона соответственно. Согласно [2], поправка к волновой функции основного состояния имеет вид

$$\Psi_{1S}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{ae^2} \left(\frac{4\pi}{5} \right)^{1/2} Y_{20}(\Theta) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{3a} \right) \Psi_{1S}, \quad (2)$$

где $a = \frac{h^2}{e^2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$ — радиус Бора рассматриваемой системы; μ_1, μ_2 — магнитные моменты электрона и протона соответственно. В [2] опущено слагаемое, соответствующее фермиевскому контактному члену в сверхтонком взаимодействии, не нарушающее сферической симметрии основного состояния.

Подставляя (2) в (1), для квадрупольного момента получаем

$$Q = \frac{4}{3} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{e^2}. \quad (3)$$

Аналогичным образом, используя поправки к волновым функциям $2S$, $3S$ и $4S$ -состояний, приведенные в [2, 5] найдем следующие выражения для квадрупольных моментов:

$$\begin{aligned} Q_{2S} &= \frac{8}{3} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{e^2}, \\ Q_{3S} &= 2 \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{e^2}; \\ Q_{4S} &= \frac{8}{3} \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{e^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для водородоподобных атомов с зарядом ядра Z приведенные результаты следует разделить на Z , массовый множитель заменить на $\frac{Zm_1^2 - m_2^2}{(m_1 + m_2)^2}$, а под m_1, m_2, μ_1, μ_2 понимать величины, относящиеся к ядру.

Попытка расчета аналитическими методами квадрупольного момента в основном состоянии водородоподобных атомов на примере мюония была предпринята недавно в [6], где для расчетов использовалась поправка к волновой функции основного состояния в первом приближении вида

$$R(r) = \text{const} \frac{1}{r^3} \left(1 + \frac{3r}{2a} \right). \quad (5)$$

Указанная функция не совпадает с функцией, полученной Шварцем [2], и явно неправильна, так как является ненормируемой. Если при помощи (5) найти квадрупольный момент, то получим (массовый множитель в [6] опущен):

$$Q = \frac{8}{3} \cdot \frac{\mu_1 \mu_2}{e^2},$$

что в два раза больше, чем правильный результат (3). Интересно, что в [6] в результате неправильных вычислений для Q приведено выражение, совпадающее с (3).

Авторы выражают глубокую благодарность А. Г. Маханеку, обратившему наше внимание на аналитические методы в теории возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барышевский В. Г., Кутень С. А. — «ДАН БССР», 1977, 21, 1082.
2. Schwart C. — «Ann. Phys. (USA)», 1959, 2, 156.
3. Маханек А. Г. — «ДАН БССР», 1962, 6, 427.
4. Маханек А. Г., Корольков В. С. — «Вестн. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук», 1967, № 4, 100.
5. Маханек А. Г., Корольков В. С. Теория экранирования $4f$ -оболочек редкоземельных элементов и ядерных моментов и аналитические методы в теории возмущений. Препринт Ин-та физики АН БССР. Минск, 1970.
6. Ведег D. The hyperfine quadrupole moment of muonium in the ground state. University of British Columbia Vancouver preprint, B. C., Canada, oct. 1977.