

# БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского  
государственного университета

А.Д.Король

27 июня 2025 г.

Регистрационный № 14246/уч.



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине  
для специальности

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

Направление специальности:

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

2025 г.

# **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

## **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Образовательная цель:** сообщение студентам знаний о предмете и методе математической логики и ее значении для математики, математической кибернетики, программирования и вычислительной техники, повышение уровня профессиональной компетентности, умение ориентироваться в вопросах исследования оснований математики, структуры доказательств, логических основ программирования.

**Развивающая цель:** улучшить понимание студентами строения математических теорий, сущности и структуры математических доказательств и понятия алгоритма, логики ЭВМ.

**Основные задачи,** решаемые в рамках изучения дисциплины «Математическая логика»:

- повторить основные базовые математические понятия: множества, отображений, отношений и их свойства;
- ознакомить студентов с основными понятиями и операциями логики высказываний, логики предикатов и теории алгоритмов;
- изучить булевы функции их способы задания и их применения;
- показать возможность применения изучаемых понятий в различных математических дисциплинах;
- показать основные принципы применения логики в обучении математике;
- привить студентам навыки самостоятельной работы с учебной и научной литературой.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к дополнительным видам обучения компонента учреждения высшего образования.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

## **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Математическая логика» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

### **Специализированные компетенции:**

Применять основные понятия, утверждения и методы решения базовых задач дискретной математики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

**знать:**

– основные понятия логики высказываний, логики предикатов, представления и задания булевых функций, методы минимизации ДНФ;

– методы доказательства результатов, изучаемых в рамках данной дисциплины;

- алгоритмы решения основных задач курса «Математическая логика»;

**уметь:**

– проверять и доказывать справедливость равенств в теории множеств

– проверять и доказывать справедливость равенств логики высказываний;

– строить нормальные формы логики высказываний;

– строить предваренные нормальные формы логики предикатов;

– строить выводы формул в исчислении высказываний;

- строить выводы формул в исчислении высказываний, полученные в результате применения теоремы дедукции;

**владеть:**

– методами решения задач по математической логике;

– навыками доказательства основных теорем курса;

– навыками самообразования и использования аппарата математической логики для проведения математических и междисциплинарных исследований.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 7 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Математическая логика» отведено для очной формы получения высшего образования – 54 часа, в том числе аудиторных – 36 часов, лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 18 часов.

Из них:

Лекции — 18 часов, лабораторные занятия — 14 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Форма промежуточной аттестации – зачёт.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Элементы теории множеств.**

Понятие множества, способы задания множества. Операции на множествах. Диаграммы Эйлера – Венна. Свойства операций на множествах. Булева алгебра множеств. Отображения множеств и их свойства. Мощности множеств и их свойства. Отношения на множествах.

### **Тема 2. Элементы логики высказываний.**

Понятие логического высказывания. Элементарные и сложные высказывания. Логические операции, способы задания множества. Пропозиционные формулы, тавтологии. Булева алгебра высказываний. Равносильные формулы логики высказываний.

### **Тема 3. Булевы функции.**

Понятие булевой функции. Число булевых функций от  $n$  переменных. Элементарные булевые функции. Представление булевых функций пропозиционными формулами. Дизъюнктивная нормальная форма и конъюнктивная нормальная форма. Полином Жегалкина.

### **Тема 4. Полные системы функций и замкнутые классы.**

Полные системы булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций. Теоремы о функциональной полноте. Базисы пространства булевых функций.

### **Тема 5. Минимизация булевых функций в классе ДНФ.**

Постановка задачи минимизации. Метод Квайна-Макклоски. Карты Карно. Реализации булевых функций: контактные схемы; схемы из функциональных элементов.

### **Тема 6. Логика предикатов.**

Понятие предиката. Виды предикатов. Область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Равносильные формулы логики предикатов. Приведенная и предваренная нормальная форма предиката. Применение логики предикатов в логико-математической практике. Математические утверждения, как предикаты.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных  
образовательных технологий (ДОТ)**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Элементы теории множеств	2			2			Устный опрос
2	Элементы логики высказываний	4			4			Устный опрос
3	Булевы функции	4			2		2	Контрольная работа 1
4	Полные системы функций и замкнутые классы	2			2			Устный опрос
5	Минимизация булевых функций в классе ДНФ	4			2		2	Контрольная работа 2
6	Логика предикатов	2			2			Устный опрос
<b>Всего за семестр</b>		<b>18</b>			<b>14</b>		<b>4</b>	

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Основная литература**

1. Судоплатов, С.В. Математическая логика и теория алгоритмов. Учебник и практикум для вузов / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. – Москва: Юрайт, 2024. – 207 с.
2. Гуц, А.К. Математическая логика и теория алгоритмов / А. К. Гуц. – Москва: Ленанд, 2023. – 160 с.
3. Матросов, В.Л. Математическая логика. Учебник для бакалавриата / В.Л. Матросов, М.С. Мирзоев. – Москва: Прометей, 2020. – 229 с.

### **Дополнительная литература**

1. Лихтарников, Л.М. Математическая логика: курс лекций: задачник-практикум и решения / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар: Лань, 2009. – 288 с.
2. Шапорев, С.Д. Математическая логика: курс лекций и практических занятий / С. Д. Шапорев. – Санкт-Петербург: БВХ-Петербург, 2005. – 410 с.
3. Судоплатов, С.В. Математическая логика и теория алгоритмов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова; - Москва: [Инфра-М]; Новосибирск: [Изд-во НГТУ], 2004. – 224с.
4. Карпов, В.Г. Математическая логика и дискретная математика: учеб. пособие для студ. ун-тов по спец. "Прикладная математика" / В. Г. Карпов, В. А. Мощенский. – Минск: Вышэйшая школа, 1977. – 254 с.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущей аттестации: устный опрос, контрольная работа.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая логика» учебным планом предусмотрен зачёт.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

#### **Тема 3. Булевы функции (2 часа)**

#### **Примерный перечень заданий**

1. Найти формулу для числа булевых функций от  $n$  переменных, которые: 1) сохраняют константу 0; 2) сохраняют константу 1; 3) являются самодвойственными; 4) являются линейными.

2. Доказать, что из каждой немонотонной булевой функции от  $n$  переменных с помощью подстановки вместо ее переменных 0, 1 или  $x$  можно получить функцию  $\bar{x}$ .

3. Построить полином Жегалкина, минимальные ДНФ и КНФ для заданной булевой функции 3-х переменных.

4. Доказать, что любая полная независимая система, состоящая из 4-х булевых функций, содержит обе константы.

Форма контроля – контрольная работа 1.

### **Тема 5. Минимизация булевых функций в классе ДНФ (2 часа)**

#### **Примерный перечень заданий**

1. Доказать неполноту систем функций:

1)  $\wedge$ ; 2)  $\vee$ ; 3)  $\rightarrow$ ; 4)  $\neg$ ; 5)  $+$ ; 6)  $\wedge, \vee$ ; 7)  $\vee, \rightarrow$ ; 8)  $\wedge, \rightarrow$ ; 9)  $\rightarrow, 1$ ; 10)  $+, \neg$ ;

11)  $\wedge, \vee, \rightarrow$ ; 12)  $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ;

Привести примеры функций, которые нельзя выразить через данные системы функций.

2. Выразить через основные логические операции следующие булевые функции, заданные в алгебре Жегалкина:

- 1)  $XY + Y + 1$ ;
- 2)  $(X + Y)(Z + 1)$ ;
- 3)  $(X + 1)Y + X + 1$ ;
- 4)  $X + Y + Z + 1$ ;
- 5)  $(X + Y)Z + 1$ ;
- 6)  $(XY + 1)Z + X + 1$ ;
- 7)  $XY + YZ + XZ$ ;
- 8)  $(X + Y + Z)Y + XY + 1$ ;
- 9)  $(XY + 1)(X + Y + 1)$ ;
- 10)  $(X + Y + Z)(X + 1)Y$ ;
- 11)  $(XY + YZ + XZ)(X + 1)$ ;
- 12)  $X + Y + Z + T$ .

3. Представить высказывательную схему в виде многочлена Жегалкина.

- 1).  $\neg(\neg X \vee X \wedge \neg Y)$ ;
- 2)  $X \vee Y \vee Z$ ;
- 3)  $X \wedge Y \vee Y \wedge Z \vee X \wedge Z$ ;
- 4)  $(Y \rightarrow Z) \wedge (Z \rightarrow Y) \vee \neg(X \vee Y)$ ;
- 5)  $\neg(X \vee \neg Y \vee Z) \wedge X \wedge \neg(Y \wedge Z)$ .

Форма контроля – контрольная работа 2.

### **Примерные варианты контрольных работ**

#### **Контрольная работа 1.**

1. Выразить: 1)  $\wedge$  и  $\rightarrow$  через  $\vee$  и  $\neg$ ; 2)  $\vee$  и  $\rightarrow$  через  $\wedge$  и  $\neg$ .
2. Доказать, что следующие множества логических операций являются полными: 1)  $\{\wedge, \vee, \neg\}$ .
3. Доказать полноту и независимость систем функций: 1)  $\rightarrow, \neg$ , где

$$x \not\subset y = \neg(y \rightarrow x).$$

4. Найти многочлен над списком переменных  $X, Y, Z, V$ , принимающий значение 1 только на наборах 1110, 1101, 1011, 0111.

5. Выразить через основные логические операции следующую булеву функцию, заданную в алгебре Жегалкина:  $XY + Y + 1$ .

### Контрольная работа 2.

1. Найти какое-нибудь предложение с одной свободной числовой переменной, которое выполняется для всех значений переменной, кроме 3, 5, 17.

2. Верно ли, что 1)  $(\exists p)(\exists q)(\exists x)(x^2 + px + q = 0)$ ? 2)  $(\forall p)(\exists q)(\exists x)(x^2 + px + q = 0)$ ?

3. Докажите, что  $(\forall x)(\forall y)(x - y \geq 4 \rightarrow x^2 - 5x \geq y - 5)$ .

3. Привести к предваренной нормальной форме следующую формулу:  $\neg(\exists x)(\forall y)(\exists z)(\forall u)p(x, y, z, u)$ .

4. Упростить с помощью равносильных преобразований:  $(X \rightarrow (X \rightarrow Y)) \rightarrow (X \rightarrow Y)$ .

5. Представить высказывательную схему в виде многочлена Жегалкина:  $\neg(\neg X \vee X \wedge \neg Y)$ .

### Примерная тематика лабораторных занятий

**Лабораторное занятие 1.** Понятие множества, способы задания множества. Операции на множествах. Диаграммы Эйлера – Венна. Свойства операций на множествах. Булева алгебра множеств. Отображения множеств и их свойства. Мощности множеств и их свойства. Отношения на множествах.

**Лабораторное занятие 2.** Понятие логического высказывания. Элементарные и сложные высказывания. Логические операции способы задания множества. Пропозиционные формулы, тавтологии.

**Лабораторное занятие 3.** Булева алгебра высказываний. Равносильные формулы логики высказываний.

**Лабораторное занятие 4.** Понятие булевой функции. Число булевых функций от  $n$  переменных. Элементарные булевые функции. Представление булевых функций пропозиционными формулами. Дизъюнктивная нормальная форма и конъюнктивная нормальная форма. Полином Жегалкина.

**Лабораторное занятие 5.** Полные системы булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций. Теоремы о функциональной полноте. Базисы пространства булевых функций.

**Лабораторное занятие 6.** Постановка задачи минимизации. Метод Квайна-Макклоски. Карты Карно. Реализации булевых функций: контактные схемы; схемы из функциональных элементов.

**Лабораторное занятие 7.** Понятие предиката. Виды предикатов. Область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Равносильные

формулы логики предикатов. Приведенная и предваренная нормальная форма предиката. Применение логики предикатов в логико-математической практике. Математические утверждения, как предикаты.

## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

## **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- изучение литературы и материалов электронных источников по проблемам дисциплины;
- выполнение домашних заданий;

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математическая логика» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

## **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Понятие множества, способы задания множества. Операции на множествах. Диаграммы Эйлера – Венна. Свойства операций на множествах.
2. Булева алгебра множеств. Отображения множеств и их свойства.
3. Мощности множеств и их свойства. Отношения на множествах.

4. Понятие логического высказывания. Элементарные и сложные высказывания.
5. Логические операции, способы задания множества.
6. Пропозиционные формулы, тавтологии.
7. Булева алгебра высказываний.
8. Равносильные формулы логики высказываний.
9. Понятие булевой функции. Число булевых функций от  $n$  переменных.
10. Элементарные булевые функции. Представление булевых функций пропозиционными формулами.
11. Дизъюнктивная нормальная форма и конъюнктивная нормальная форма.
12. Полином Жегалкина.
13. Полные системы булевых функций.
14. Основные замкнутые классы булевых функций.
15. Теоремы о функциональной полноте.
16. Базисы пространства булевых функций.
17. Постановка задачи минимизации. Метод Квайна-Макклоски.
18. Карты Карно.
19. Реализации булевых функций: контактные схемы; схемы из функциональных элементов.
20. Понятие предиката. Виды предикатов. Область истинности предиката.
21. Операции над предикатами. Кванторы.
22. Равносильные формулы логики предикатов.
23. Приведенная и предваренная нормальная форма предиката.
24. Применение логики предикатов в логико-математической практике.
25. Математические утверждения, как предикаты.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой высшей алгебры  
и защиты информации  
кандидат физико-математических наук, доцент

С.В.Тихонов

29.05.2025

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО**  
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)  
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ (ученая степень, ученое звание) (И.О.Фамилия)