использовать оперативную память моделирующей ЭВМ. Кроме того, здесь считается, что применение событийного моделирования при машинной реализации рассматриваемого метода на ЭВМ с объемом оперативной памяти до 256К байт нецелесообразно, так как требует на каждом шаге формирования дополнительных массивов информации об элементах схемы, на входах которых появились события. Использование оперативной памяти для этих массивов приведет к потере преимуществ метода по сравнению с методом параллельного моделирования.

Программа, написанная на ЯСК ЭВМ «Минск-32», позволяет определить множества неисправностей, обнаруживаемых в контрольных точках при подаче на схему входного набора или последовательности входных наборов, контролирующую способность и может быть применена для генерации тестов с помощью случайных наборов. Программа допускает моделирование схемы на тестах, заданных потребителем (в данном случае решается задача анализа тестов на полноту), а также на входных наборах, полученных с помощью генератора случайных двоичных векторов, что дает возможность использовать программу для генерации тестов.

Исходная информация о моделируемой схеме задается в виде прямого списка связности (описание входов ЛЭ) и обратного (описание нагрузок ЛЭ). Программа может обрабатывать схемы порядка 1—3 тысяч ЛЭ, что зависит от сложности схемы и размера оперативной памяти моделирующей ЭВМ. Среднее время моделирования комбинационной схемы порядка 200 ЛЭ на одном входном наборе составляет ~ 10 с.

Отметим, что разработанный аппарат анализа может применяться для моделирования логических схем, составленных из ЛЭ указанных типов, однако при включении блоков моделирования элементов других типов возможности программы в этом отношении легко расширить.

ЛИТЕРАТУРА

1. Armstrong D.— «IEEE Trans. Comput.», 1972, c-21, 5.

2. Чжен Г., Мэннинг Е., Метц Г. Диагностика отказов цифровых вычислительных систем. М., 1972.

3. Золоторевич Л. А., Емельяненко З. Н., Медзько Т. В.— «Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех.», 1978, № 1, 72.

4. Золоторевич Л. А., Титюра А. Н. МО ЭВМ «Минск-32», 1975, вып. 15, 238.

5. Гробман Д. М. Автоматизированная система контроля. Труды ИНЭУМ. М., 1971, вып. 15, 74.

Поступила в редакцию
15/IV 1976 г.

ВЦ

УДК 513.83

И. Ю. ГОЛДОВТ, В. Л. ТИМОХОВИЧ

НАСЫЩЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ И ПРОБЛЕМА МОРИТА

Перистые паракомпакты [1] и M-пространства [2] были открыты почти одновременно. Сразу же бросается в глаза сходство внешних характеристик этих пространств (в классе хаусдорфовых пространств перистые паракомпакты совпадают в точности с совершенными, а M-пространства — с квазисовершенными прообразами метрических). Внутренняя характеристика перистых паракомпактов [1, теорема 5.1'] и внутреннее определение M-пространства тоже схожи.

Часто более удобной, чем внешняя или внутренняя, оказывается характеристика пространства способом расположения его в каком-нибудь хорошем (например, бикомпактном) расширении. Так, перистые паракомпакты совпадают в точности с хаусдорфовыми пространствами, d-опеpенными в уолменовском расширении [1, стр. 71]. Задача нахождения аналогичной характеристики M-пространств, поставленная Моритой сразу же после введения понятия M-пространства, оказалась весьма непростой. В нашей работе предлагается один из вариантов решения этой задачи.

Начнем с обозначений и определений. Все пространства будем считать T_1-пространствами, все отображения — непрерывными. Рассмотрим пространства $X \subset Y$ и множество $A \subset X$. Обозначим: τ_X — топология пространства X; $S_X = \{X \setminus U \mid U \in \tau_X\}$ — семейство всех замкнутых в X множеств; $[A]_X$ — замыкание A в X; $<A>_X = \{U \in \tau_X \mid U \supset A\}$ — система всех окрестностей A в X; ω_X — множество, элементами которого являются все максимальные центрированные системы ξ элементов S_X такие, что $\bigcap\limits_{F \in \xi} F = \varnothing$; $W(A) = A \cup \{\xi \in \omega_X \mid$ для некоторого $F \in \xi$ $F \subset A\}$. Множество $\omega X = X \cup \omega_X$ с топологией $\tau_{\omega X} = \{\bigcup\limits_{U \in \gamma} W(U) \mid \gamma \subset \tau_X\}$ — бикомпактное расширение пространства X, называемое уолменовским расширением. Пусть $S_X \ni F \subset U \in \tau_X$. Тогда $[F]_{\omega X} = F \cup \{\xi \in \omega_X \mid \xi \ni F\}$, $[F]_{\omega X} \subset W(U)$, $[F]_{\omega X} = \omega F$. Расширение ωX хаусдорфово тогда и только тогда, когда X нормально.

Семейство $\{U_n\}_{n=1}^{\infty} \subset <x>_X$ называется q-системой точки x [3], если для любой центрированной системы замкнутых в X множеств $F_n \subset U_n$ $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} F_n \neq \varnothing$.

Последовательность $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ покрытий пространства X назовем $\omega\Delta$-системой, если для любой $x \in X$ семейство $\{\lambda_n x\}_{n=1}^{\infty}$ — q-система точки x (для произвольного семейства λ подмножеств пространства X $\lambda A = \bigcup\limits_{B \in \lambda,\ B \cap A \neq \varnothing} B$ — звезда A относительно λ, $\lambda^2 A = \lambda\lambda A$). $\omega\Delta$-систему $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ назовем: 1) Δ-системой, если для любых $x \in X$, n $[\lambda_{n+1} x]_X \subset \lambda_n x$; 2) ωM-системой, если для любой $x \in X$ семейство $\{\lambda_n^2 x\}_{n=1}^{\infty}$ — q-система точки x; 3) M-системой, если для любого n λ_{n+1} звездно вписано в λ_n. Пространство X, обладающее $\omega\Delta$- (Δ-, ωM-, M-) системой, называется $\omega\Delta$- (Δ-, ωM-, M-соответственно) пространством. $\omega\Delta$- и Δ-пространства определил Боржес [4]. Понятие ωM-пространства ввел Исхии [5, 6].

Последовательность $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ покрытий пространства X открытыми в Y множествами называется оперением X в Y, если для любой $x \in X$ $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \lambda_n x \subset X$. Оперение $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ назовем: 1) ωd-оперением, если для любой $x \in X$ $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} [\lambda_n^2 x]_Y \subset X$; 2) строгим, если для любых $x \in X$, n $[\lambda_{n+1} x]_Y \subset \lambda_n x$; 3) d-оперением, если для любых $x \in X$, n найдется $U \in \lambda_n$ такое, что $[\lambda_{n+1} x]_Y \subset U$. Пространство X назовем перистым (ωd-перистым, строго перистым, d-перистым), если X оперено (ωd-оперено, строго оперено, d-оперено соответственно) в ωX.

И, наконец, будем говорить, что множество A дискретно в X, если A не имеет в X ни одной предельной точки.

1. Насыщения топологического пространства. Пусть $A \subset X \subset Y$.

Определение 1. Говорят, что пространство X предкомпактно в пространстве Y, если любое бесконечное множество $A \subset X$ имеет в Y предельную точку.

Следующие простые утверждения очевидны: если A предкомпактно в X, то A предкомпактно и в Y; если X предкомпактно в Y, то и A предкомпактно в Y (наследственность); если Y счетно компактно, то X предкомпактно в Y; если $X \in S_Y$ и X предкомпактно в Y, то X счетно компактно; если Y нормально, то предкомпактность пространства X в Y эквивалентна счетной компактности замыкания $[X]_Y$.

Определение 2. Расширение δX пространства X будем называть насыщением в случае выполнения условий; 1) X предкомпактно в δX; 2) если $F \in S_X$ счетно компактно, то $F \in S_{\delta X}$.

Ясно, что если δX — насыщение пространства X, $F \in S_X$, то $[F]_{\delta X}$ — насыщение для F.

Обозначим K_X — семейство всех счетных множеств $F \subset X$, дискретных в X; $T_X = \bigcup_{F \in K_X} \{\xi \in \omega_X \mid \xi \ni F\}$; $TX = X \cup T_X$. Поскольку $X \subset TX \subset \omega X$, пространство TX (с индуцированной топологией) — расширение для X.

Теорема 2. Расширение TX — насыщение пространства X.

Очевидны следующие простые утверждения: X счетно компактно тогда и только тогда, когда $X = TX$; если $F \in S_X$, то $[F]_{TX} = TF$.

Лемма 3. Если пространство X регулярно, то для любых двух дизъюнктных множеств F_1, $F_2 \in K_X$ существуют дизъюнктные окрестности $O_1 \in \langle F_1 \rangle_X$, $O_2 \in \langle F_2 \rangle_X$.

Вследствие леммы 3 насыщение TX любого регулярного пространства X хаусдорфово. Если же X нормально, то насыщение TX вполне регулярно. Таким образом, естественность определения TX сочетается с хорошей отделимостью.

2. Характеристики некоторых классов пространств. Теорема 3. Следующие условия для пространства X эквивалентны: а) X — M-(ωM-, Δ-) пространство; 2) существует d-(ωd-, строгое соответственно) оперение пространства X в насыщении TX.

Доказательство проведем для второй эквивалентности. Пусть $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ — ωd-оперение X в TX. Обозначим $\mu_n = \{U \cap X \mid U \in \lambda_n\}$. Покажем, что $\{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$ — ωM-последовательность. Пусть $x \in X$, $\{F_n\}_{n=1}^{\infty} \subset S_X$ — центрированная система и для каждого n $F_n \subset \lambda_n^2 x$. Но тогда $[F_n]_{TX} \subset$ $\subset [\lambda_n^2 x]_{TX}$, откуда $\bigcap_{n=1}^{\infty} [F_n]_{TX} \subset X$. Таким образом, $\bigcap_{n=1}^{\infty} F_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} [F_n]_{TX}$, следовательно, $\bigcap_{n=1}^{\infty} F_n \neq \varnothing$. Пусть $\{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$ — ωM-последовательность. Обозначим $\lambda_n = \{\tilde{U} = W(U) \cap TX \mid U \in \mu_n\}$. Покажем, что $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ — ωd-оперение. Допустим, что это не так, т. е. для некоторых $x \in X$, $\xi \in T_X$ $\xi \in \bigcap_{n=1}^{\infty} [\lambda_n^2 x]_{TX}$. Тогда $\{[\mu_n^2 x]_X\}_{n=1}^{\infty} \subset \xi$. Обозначим $F = \bigcap_{n=1}^{\infty} [\mu_n^2 x]_X$. Поскольку $\{\mu_n^3 x\}_{n=1}^{\infty}$ — q-система точки x [5, лемма 2.5], множество F счетно компактно. Покажем, что $F \in \xi$. Фиксируем $B \in \xi$. Система $\{[\mu_n^2 x]_X \cap B\}_{n=1}^{\infty}$ центрированная и для любого n $[\mu_n^2 x]_X \cap B \subset \mu_n^3 x$, откуда $F \cap B = \bigcap_{n=1}^{\infty} ([\mu_n^2 x]_X \cap B) \neq \varnothing$. В силу произвольности выбора B $F \in \xi$. Теперь рассмотрим $D \in \xi$, $D \in K_X$. С одной стороны, множество $F \cap D$ конечно, с другой, $F \cap D \in \xi$. Противоречие. Таким образом, $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ — ωd-оперение X в TX. Эквивалентность доказана. Доказательства первой и третьей эквивалентностей более простые. В конце сформулируем несколько задач.

1. Пусть $f: X \to Y$. В каких случаях f можно продолжить до отражения $F: TX \to TY$?

2. Пусть δX, γX — насыщения регулярного пространства X. Положим $\delta X \geqslant \gamma X$, если существует отображение $f: \delta X \to \gamma X$ такое, что $f|_X$ — тождественное. Таким образом, в класс всех насыщений пространства X

вводится отношение частичного порядка. Существует ли в указанном классе максимальный элемент?

3. Можно ли в теореме 3 TX заменить каким-нибудь другим насыщением?

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский А. В.— «Матем. сб.», 1965, **67** (109), № 1.
2. Morita K.— «Math. Ann.», 1964, 154, 365.
3. Michael E.— «Israel J. Math.», 1964, 2, № 3.
4. Borges C. J. R.— «Canad. J. Math.», 1968, 20, 795.
5. Ishii T.— «Proc. Japan. Acad.», 1970, 46, 5.
6. Там же, 11.

Поступила в редакцию
1/VI 1976 г.

Кафедра геометрии

УДК 517.925

Р. А. ПРОХОРОВА

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ. II*

Наряду с линейной системой

$$\dot{x} = P(t)x, \qquad (1)$$

где $P(t)$ — кусочно-непрерывная и ограниченная при $t \geqslant 0$ матрица, $\|P(t)\| \leqslant M$, рассматриваем линейную систему с сосредоточенными возмущениями

$$\dot{y} = [P(t) + \sum_{k=1}^{\infty} Q_k \delta(t - t_k)]\, y, \qquad (2)$$

где Q_k — постоянные матрицы, $t_{k+1} > t_k$, $t_k \to \infty$ при $k \to \infty$, $\delta(t - t_k)$ — δ-функции Дирака.

Следуя работе [1], решением системы (2) назовем непрерывную слева вектор-функцию $y(t)$ (с разрывами только в точках t_k, $k = 1, 2, \ldots$), удовлетворяющую для всех $t \neq t_k$ системе (1), причем в точках t_k имеет место соотношение

$$y(t_k+) = (E + Q_k)\, y(t_k) \qquad (3)$$

(и, следовательно, умножение непрерывной слева функции $y(t)$ на δ-функцию формализуется согласно работе [2]). Это определение решения совпадает с определением решения линейной системы (1) с линейными толчками (3) в работах [3—6]. Вопросы существования и единственности решений системы (2) и более общих систем (обобщенных в смысле Я. Курцвейля [7] и общих систем с толчками [3]) рассмотрены в работах [1,3—5].

Основная цель настоящей работы — построить условия малости на матрицы Q_k, $k = 1, 2, \ldots$, аналогичные условиям малости матрицы $Q(t)$ линейной возмущенной системы

$$\dot{z} = [P(t) + Q(t)]z, \qquad (4)$$

которые гарантировали бы сохранение тех или иных асимптотических характеристик при переходе от невозмущенной системы (1) к возмущенной. Показано, что исследование поставленной задачи можно свести к рассмотрению соответствующей линейной системы вида (4). (В [8] эта задача решалась для некоторых характеристик по аналогии с обычными возмущениями.) Идея сведения линейной системы с линейными толчками

* Продолжение. См. Р. А. Прохорова. «Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех.», 1975, № 2, 3.