

---

# ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

---

## ATOMIC NUCLEUS AND ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS

---

УДК 539.1

### МАГНИТОТОРМОЗНОЙ МЕХАНИЗМ РОЖДЕНИЯ ГАММА-КВАНТАМИ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР В КРИСТАЛЛАХ И ЕГО КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ

В. В. ТИХОМИРОВ<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь

**Аннотация.** Описывается метод моделирования процесса рождения гамма-квантами электрон-позитронных пар в кристаллах и его применение к интерпретации результатов экспериментов, проведенных в Европейском центре ядерных исследований. Излагается история предсказания в 1982 г. эффекта магнитотормозного рождения пар в кристаллах, а также пороговой энергии и характерного угла проявления этого процесса  $\frac{V_0}{m}$ , где  $V_0$  – амплитуда изменения усредненного потенциала атомной цепочки или плоскости, а  $m$  – масса электрона. Обсуждается соотношение механизмов магнитотормозного и когерентного тормозного рождения пар в кристаллах, позволяющее описать картину данного процесса вплоть до энергий гамма-квантов, достигающих десятков тераэлектрон-вольт. Подробно излагаются детали метода расчета вероятности рождения пар в кристаллах, обеспечивающего учет интерференции амплитуд этого процесса в полях различных атомных цепочек и плоскостей, а также учет неоднородности усредненного поля последних. Впервые на единой основе дается интерпретация известных экспериментов по наблюдению когерентного усиления процесса рождения пар в кристаллах германия и вольфрама. Детально обсуждается использование кристаллических поглотителей жесткого гамма-излучения в экспериментах по поиску отклонений от Стандартной модели фундаментальных взаимодействий в редких распадах нейтральных

---

#### Образец цитирования:

Тихомиров ВВ. Магнитотормозной механизм рождения гамма-квантами электрон-позитронных пар в кристаллах и его количественное описание. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2025;3:48–61. EDN: JKHBOY

#### For citation:

Tikhomirov VV. Synchrotron electron-positron pair production by gamma quanta in crystals and its quantitative description. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2025;3:48–61. Russian. EDN: JKHBOY

---

#### Автор:

**Виктор Васильевич Тихомиров** – доктор физико-математических наук, профессор; главный научный сотрудник отраслевой лаборатории радиационной безопасности.

#### Author:

**Viktor V. Tikhomirov**, doctor of science (physics and mathematics), full professor; chief researcher at the laboratory of radiation safety.  
vvtikh@mail.ru

К-мезонов. Приводится пример расчета зависимости вероятности процесса рождения пар в кристалле вольфрама от азимутального угла, определяющего направление плоскости падения гамма-квантов на кристаллическую ось.

**Ключевые слова:** гамма-квант; кристалл; электрон; позитрон; частицы высоких энергий; рождение пар; процесс магнитотормозного рождения пар; моделирование; экспериментальное исследование.

**Благодарность.** Автор выражает признательность профессору В. Г. Барышевскому за предложение данного направления в качестве темы диссертационного исследования и плодотворное общение на протяжении 45 лет.

## SYNCHROTRON ELECTRON-POSITRON PAIR PRODUCTION BY GAMMA QUANTA IN CRYSTALS AND ITS QUANTITATIVE DESCRIPTION

V. V. TIKHOMIROV<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University, 11 Babrujskaja Street, Minsk 220006, Belarus*

**Abstract.** The article is devoted to the description of the method for modelling the process of electron-positron pair production by gamma quanta in crystals and its application to the interpretation of the results of experiments conducted at the European Organisation for Nuclear Research. The history of the prediction of the effect of synchrotron pair production in crystals in 1982 is presented, as well as the threshold energy and the characteristic angle of manifestation of this process  $\frac{V_0}{m}$ , where  $V_0$  is the amplitude of the change in the averaged potential of an atomic chain or plane, and  $m$  is the electron mass. The relationship between the mechanisms of synchrotron and coherent bremsstrahlung pair production in crystals is discussed which makes it possible to describe the picture of this process up to gamma quanta energies reaching tens of teraelectronvolts. The method for calculating the probability of pair production in crystals is presented in detail, making it possible to take into account the interference of the amplitudes of this process in the fields of different atomic chains and planes, as well as the inhomogeneity of the averaged field of the latter. For the first time, an interpretation of known experiments on the observation of coherent enhancement of the pair production process in germanium and tungsten crystals is given on a unified basis. The use of crystalline absorbers of hard gamma radiation in experiments on the search for deviations from the Standard Model of fundamental interactions in rare decays of the neutral K-mesons is discussed in detail. An example of calculating the dependence of the probability of the pair production process in a tungsten crystal on the azimuthal angle determining the direction of the plane of incidence of gamma quanta on the crystal axis is also given.

**Keywords:** gamma quantum; crystal; electron; positron; high-energy particles; pair production; synchrotron pair production process; modelling; experimental research.

**Acknowledgements.** The author expresses his gratitude to full professor V. G. Baryshevsky for suggesting this area as a topic of dissertation research and fruitful communication over the course of 45 years.

### Введение

Теория рождения гамма-квантами электрон-позитронных пар в однородном магнитном поле была развита в 1960-х гг.<sup>1</sup> [1]. Этот процесс тесно связан с процессом излучения электронов (позитронов) в магнитных полях синхротронов<sup>2</sup> [2] и по аналогии с ним называется магнитотормозным (синхротронным (*synchrotron*) в англоязычной литературе) рождением пар. Ввиду недостаточности напряженности лабораторных полей, в том числе даже полей магнитокумулятивных генераторов, предполагалось, что магнитотормозное рождение пар происходит только в атмосферах нейтронных звезд и активных черных дыр. Однако в наших работах [3–6] было показано, что этот процесс вполне реально наблюдать в земных условиях. Суть в том, что при достаточно малых углах падения гамма-квантов на оси и плоскости кристаллов формирование рождающихся пар происходит в узких протяженных областях, в которых среднее электрическое поле мало отличается от постоянного электрического поля. Указанное обстоятельство позволяет использовать в кристаллах теорию рождения пар в однородном поле<sup>3</sup> [1], которая предсказывает, что напряженности усредненных полей атомных цепочек кристаллов вполне достаточно, чтобы наблюдать этот процесс в земных условиях, начиная с энергий гамма-квантов несколько десятков

<sup>1</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика : учеб. пособие. 3-е изд., испр. М. : Наука, 1989. 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

<sup>2</sup>Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля : учеб. пособие. 7-е изд., испр. М. : Наука, 1988. 512 с. (Теоретическая физика ; т. 2).

<sup>3</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

гигаэлектронвольт. Следует пояснить, что вследствие релятивистской инвариантности природа процесса рождения пар в электрическом и магнитном полях оказывается одинаковой [1], в связи с чем образование пар в электрических полях кристаллов также называют магнитотормозным. Возможность наблюдать интенсивный процесс магнитотормозного рождения пар при нулевом и близких к нему углах падения гамма-квантов на оси и плоскости кристаллов принципиально отличает его от процесса когерентного тормозного рождения пар, предсказанного в 1950-х гг. [7; 8]. При достаточно малых углах рождающиеся электроны и позитроны попадают в режим каналирования. Однако на качественном уровне магнитотормозная природа рождения пар сохраняется и при углах, в несколько раз и более превышающих угол каналирования рождающихся частиц.

Процесс магнитотормозного рождения пар впервые наблюдался экспериментально [9; 10] в кристалле германия на вторичных пучках ускорителя SPS (*Super proton synchrotron*) с энергией, достигающей 150 ГэВ. Для повышения напряженности поля атомных цепочек кристалл охлаждался до азотных температур, что привело к увеличению вероятности рождения пар в 7 раз по сравнению с вероятностью Бете – Гайтлера<sup>4</sup>, описывающей рождение пар в аморфном веществе и разориентированном кристалле.

Благодаря большому атомному номеру и плотной упаковке кристалла вольфрама магнитотормозной механизм рождения пар начинает проявляться в нем при втрое меньших энергиях, чем в охлажденном германии, что делает кристалл вольфрама наиболее перспективным с точки зрения ближайших приложений [11–13], например при поиске редких распадов  $K^0$ -мезонов, и способствует постановке экспериментов по наблюдению рождения пар в данном кристалле [11; 12].

Эксперименты [9–12] позволили наблюдать сложную ориентационную зависимость процесса рождения пар в кристаллах, демонстрирующую переход от магнитотормозного механизма образования пар при малых ( $\theta < 1$  мрад) углах отклонения импульса гамма-квантов от направления атомных цепочек к когерентному тормозному рождению пар при больших ( $\theta \gg 1$  мрад) углах.

Несмотря на значительные экспериментальные усилия и перспективы дальнейшего использования, свободное от значительных упрощений количественное описание результатов исследований [9–12] на единой основе в те годы провести не удалось. Сложность расчета угловой зависимости процесса образования пар в кристаллах при высокой энергии связана с неоднородностью усредненного кристаллического поля, которую нужно учитывать, начиная уже с достаточно малых углов отклонения импульса гамма-квантов от направления оси и плоскостей кристалла [5].

Полный учет неоднородности усредненного кристаллического поля был разработан и апробирован нами на примере случая излучения [14–16]. При этом использовался метод Байера – Каткова<sup>5</sup> [17], совмещающий классическое описание движения частиц в кристаллическом поле с учетом квантового эффекта отдачи, который в отличие от формул Лиенара – Вихерта классической электродинамики<sup>6</sup> [2] позволяет описывать испускание гамма-квантов с энергией, сравнимой с энергией излучающего электрона (позитрона). Именно благодаря учету квантового эффекта отдачи метод Байера – Каткова может быть применен к описанию процесса рождения пар. Статья посвящена изложению метода расчета характеристик процесса рождения пар в кристаллах на примере проведенных [9–12] и планируемых [12; 13] экспериментов.

### Соотношение различных механизмов усиления процесса образования гамма-квантами электрон-позитронных пар в кристаллах

Начнем с изложения идей, которые привели к предсказанию проявления магнитотормозного механизма рождения пар в кристаллах и будут необходимы для понимания общей картины процесса образования пар и методов его количественного описания. Как упоминалось выше, известный с 1950-х гг. процесс когерентного тормозного рождения пар [7; 8] проявляется при малых (десятки миллирадиан и менее), но не слишком близких к нулевому углах падения гамма-квантов на кристаллические оси и плоскости. Этот процесс был предсказан на основе борновского приближения вместе с процессом когерентного тормозного излучения, спектр которого простирался до максимально возможной энергии гамма-квантов, равной кинетической энергии излучающего электрона (позитрона).

В 1976 г. было предсказано [3] и вскоре обнаружено экспериментально излучение при каналировании, возникающее при падении электронов и позитронов под нулевым и близкими к нему углами на кристаллические оси и плоскости. Однако в первые годы исследовалась только область энергий испускаемых фотонов, гораздо меньших, чем энергии излучающих электронов и позитронов. Вместе с тем из опыта наблюдения когерентного тормозного образования пар известно, что при падении гамма-квантов в направлении, при которых эти частицы рождаются в каналированном состоянии, процесс образования

<sup>4</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

<sup>5</sup>Там же.

<sup>6</sup>Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля... 512 с. (Теоретическая физика ; т. 2).

пар, который мог бы быть родственным (перекрестным) процессу излучения при каналировании, не наблюдается.

Условия возникновения такого процесса были найдены после выяснения магнитотормозной природы процесса излучения при каналировании. Из классической электродинамики<sup>7</sup> [2] известно, что излучение ультрарелятивистских частиц носит дипольный характер, когда угол поворота частиц при движении во внешнем поле мал по сравнению с характерным углом излучения  $\frac{1}{\gamma} \ll 1$ , где  $\gamma = \frac{\varepsilon}{m} \gg 1$ ,  $\varepsilon \gg m$  и  $m$  – лоренц-фактор, энергия электрона или позитрона и масса электрона соответственно (используется система единиц  $\hbar = c = 1$ ). Когда же угол поворота превышает  $\frac{1}{\gamma}$ , излучение приобретает магнитотормозной характер<sup>8</sup> [2]. Эти механизмы излучения реализуются в режиме каналирования при низких и высоких энергиях соответственно. Действительно, угол поворота ультрарелятивистских частиц при каналировании ограничивается углом Линдхарда [3; 17; 18]  $\theta_L = \sqrt{\frac{2V_0}{\varepsilon}}$ , где  $V_0$  – амплитуда изменения усредненного потенциала атомных цепочек или плоскостей. Этот и некоторые другие параметры усредненных полей атомных цепочек кристаллов, использованных в экспериментах [9–12], приведены в таблице. Параметры поля большего числа атомных цепочек и плоскостей кристаллов представлены в работах [6; 17].

Параметры усредненного потенциала кристаллических атомных цепочек,  
использованных в экспериментах [9–12]

Parameters of the average potential of crystalline atomic chains  
used in experiments [9–12]

Элемент, температура	Атомный номер	Ось	$u_1$ , $10^{-10}$ см	$V_0$ , эВ	$E_{\max}$ , $10^9$ В/см	$\varepsilon_{\chi=1} = \omega_{\kappa=1}$ , ГэВ
Ge, 100 K	32	<110>	5,0	292	143	47,2
W, 293 K	74	<111>	5,4	887	487	13,9
W, 100 K	74	<111>	3,2	1158	850	8,0
W, 293 K	74	<100>	5,4	768	422	16,0

Примечание. Используемые обозначения:  $u_1$  – среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов;  $V_0$  – амплитуда изменения усредненного потенциала;  $E_{\max}$  – максимальная напряженность электрического поля;  $\varepsilon_{\chi=1} = \omega_{\kappa=1}$  – пороговые энергии, при которых в поле такой напряженности выполняется условие  $\chi = \kappa = 1$ .

Нетрудно убедиться, что условие проявления дипольного механизма излучения<sup>9</sup> [2]  $\theta_L \ll \frac{1}{\gamma}$  реализуется при энергиях частиц  $\varepsilon \ll \frac{m^2}{2V_0} \sim 0,1\text{--}1,0$  ГэВ в поле атомных цепочек и при примерно на порядок больших энергиях частиц в поле плоскостей. Магнитотормозной механизм излучения реализуется при  $\varepsilon \gg \frac{m^2}{2V_0}$ ,

в том числе при очень высоких энергиях частиц, что и позволило нам в начале 1980-х гг. использовать квантовую электродинамику явлений в интенсивном однородном поле<sup>10</sup> [1] для предсказания магнитотормозного рождения пар и свойств излучения в кристаллах в очень широком диапазоне энергий [3–6].

В соответствии с теорией<sup>11</sup> [1] процессы излучения и рождения пар в однородном поле характеризуются релятивистскими инвариантами, которые для поперечного электрического поля  $E$  составляют

$\chi = \frac{eE\varepsilon}{m^3}$  и  $\kappa = \frac{eE\omega}{m^3}$  соответственно, где  $\varepsilon$  – энергия электрона (позитрона), а  $\omega$  – энергия гамма-кванта.

В терминах равной  $E_{\text{Schw}} = \frac{m^2}{e} \approx 1,32 \cdot 10^{16}$  В/см напряженности швингеровского поля, способного рождать электрон-позитронные пары из вакуума [1], параметр  $\chi$  интерпретируется как отношение к этой величине напряженности электрического поля кристалла  $\gamma E$ , испытавшего релятивистское увеличение в собственной системе электрона (позитрона). Параметр  $\kappa$  интерпретируется как аналогичное отношение для виртуальной пары массой  $m$ . В качестве оценки напряженности поля атомных цепочек будем

<sup>7</sup>Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля... 512 с. (Теоретическая физика ; т. 2).

<sup>8</sup>Там же.

<sup>9</sup>Там же.

<sup>10</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

<sup>11</sup>Там же.

использовать ее максимальную величину  $E_{\max}$ , приведенную в таблице. Теория<sup>12</sup> [1] позволяет понять взаимоотношение процессов излучения и рождения пар при различных энергиях в условиях падения электронов, позитронов и гамма-квантов на кристаллические оси и плоскости под малыми углами.

Действительно, оценка  $\omega \sim \frac{\chi \varepsilon}{\chi + \frac{2}{3}}$  характерной энергии гамма-квантов магнитотормозного излучения<sup>13</sup>

показывает, что она достигает масштаба энергии излучающей частицы  $\varepsilon$ , делая необходимым учет эффекта отдачи при  $\chi \geq 1$ , хотя влияние этого эффекта на интенсивность излучения заметно сказывается уже при  $\chi \geq 0,1$ . Согласно имеющимся литературным данным<sup>14</sup> [1] вероятность рождения пар в однородном поле достигает наблюдаемых величин при  $\kappa \geq 1$ , т. е. при тех же значениях энергии  $\omega \geq \frac{m^3}{eE}$ , при которых проявляется эффект отдачи в излучении. Соответствующая область параметров обозначена на рис. 1 цифрой III. При меньших энергиях  $\omega \ll \frac{m^3}{eE}$  или  $\kappa \ll 1$  и достаточно малых углах падения

(см. рис. 1, область I) процесс магнитотормозного рождения пар экспоненциально подавлен, что согласуется с хорошо подтверждаемым экспериментом предсказанием теории когерентного тормозного рождения пар [7; 8; 17] об отсутствии когерентного усиления этого процесса при достаточно малых углах падения гамма-квантов на кристаллические оси и плоскости и энергиях электронов и позитронов, недостаточных для проявления эффекта отдачи в излучении при каналировании. Аналогичная связь эффекта отдачи в излучении с существованием процесса рождения пар присуща как теории Бете – Гайтлера<sup>15</sup>, описывающей данные процессы в аморфной среде, так и теории когерентного тормозного излучения и рождения пар, применимой при достаточно больших углах падения частиц на оси и плоскости кристаллов (см. рис. 1, области II и IV). Таким образом, процесс магнитотормозного излучения в условиях каналирования начинает сопровождаться перекрестным процессом рождения пар, когда энергии гамма-квантов достигают пороговой энергии  $\omega_{\kappa=1} = \frac{m^3}{eE_{\max}} = \frac{mE_{\text{Schw}}}{eE_{\max}}$ , значения которой для рассматриваемых кристаллов и их осей приведены в таблице.

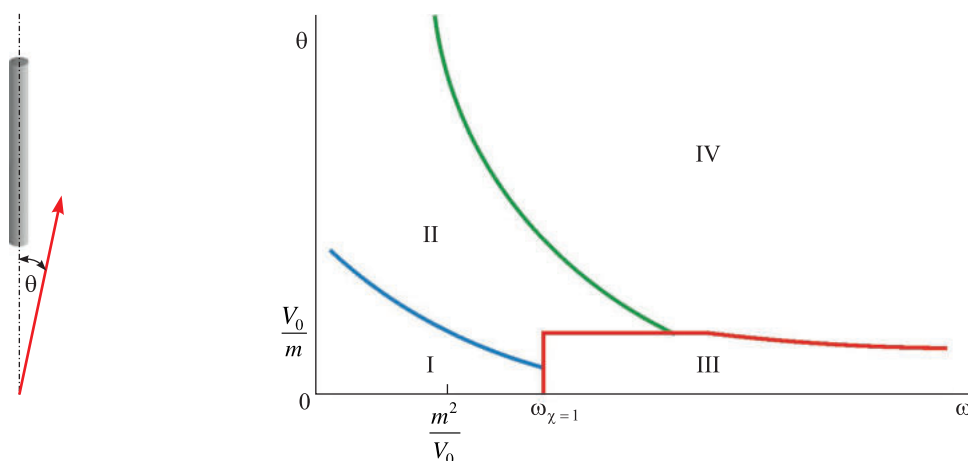


Рис. 1. Области энергий  $\omega$  и углов  $\theta$  падения гамма-квантов на атомные цепочки кристаллов, в которых проявляются различные механизмы рождения пар в кристаллах:  
I – область подавления магнитотормозного рождения пар каналированных электронов и позитронов при низких энергиях; II – область проявления когерентного тормозного рождения пар;  
III – область проявления магнитотормозного механизма рождения пар;  
IV – область перехода к когерентному тормозному рождению пар в поле плоскостей  
Fig. 1. Regions of energies  $\omega$  and angles  $\theta$  of incidence of gamma quanta on atomic chains of crystals, in which various mechanisms of pair production in crystals are manifested:  
I – region of suppression of synchrotron pair production of channeled electrons and positrons at low energies; II – region of manifestation of coherent bremsstrahlung pair production;  
III – region of manifestation of synchrotron pair production mechanism;  
IV – region of transition to coherent bremsstrahlung pair production in the field of planes

<sup>12</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

<sup>13</sup>Там же.

<sup>14</sup>Там же.

<sup>15</sup>Там же.



На момент предсказания процесса магнитотормозного рождения пар в кристаллах [4] энергии вторичных пучков гамма-квантов ускорителя SPS уже достигали 150 ГэВ, обеспечивая выполнение условия  $\omega > \omega_{\kappa=1}$  в полях атомных цепочек многих кристаллов, что сразу позволило поставить эксперименты по его обнаружению. Для понижения пороговой энергии был выбран кристалл германия с достаточно большим атомным номером ( $Z = 32$ ), ориентированный вдоль наиболее плотно упакованной оси  $\langle 110 \rangle$  и охлажденный до температуры 100 К в целях уменьшения амплитуды тепловых колебаний атомов  $u_1$ , что обеспечило снижение пороговой энергии  $\omega_{\kappa=1}$  на более чем 80 % – до 47,2 ГэВ (см. таблицу).

Возможность применения теории рождения пар гамма-квантами в однородном поле<sup>16</sup> [1] при нулевом угле падения гамма-квантов на кристаллические оси и плоскости обеспечивается тем, что поперечное смещение электронов в процессе формирования пары составляет порядка комптоновской длины электрона  $\frac{\hbar}{mc} \approx 3,862 \cdot 10^{-11}$  см, т. е. оно значительно меньше характерного масштаба  $a$  изменения усредненного поля атомных цепочек и плоскостей, который определяется величинами амплитуды тепловых колебаний атомов и радиуса атомного экранирования и составляет порядка одной десятой ангстрема.

Вместе с тем еще со времени создания теории когерентного тормозного излучения и образования пар известно, что при энергиях порядка гигаэлектронвольта и выше продольное расстояние, на котором формируется пара, называемое также длиной когерентности<sup>17</sup> [7; 17], на несколько порядков величины превышает межатомное расстояние. Длина когерентности  $l_{\text{coh}}$  может быть оценена как произведение времени существования виртуальной пары в сопутствующей системе отсчета  $\tau = \frac{\hbar}{mc^2} = m^{-1}$ , скорости света и лоренц-фактора  $\gamma = \frac{\omega}{m}$ , учитывающего эффект увеличения времени существования виртуальной пары в лабораторной системе отсчета. При энергиях гамма-квантов, составляющих десятки и сотни гигаэлектронвольт, имеем величину  $l_{\text{coh}} = \tau \gamma c \approx \frac{\omega}{m^2} \sim 10^{-6} - 10^{-5}$  см. При падении гамма-квантов под углом  $\theta$  формирующаяся пара испытывает на этой длине смещение  $l_{\text{coh}} \theta$ , и, чтобы усредненное поле в области формирования пары можно было считать близким к постоянному, должно выполняться условие  $l_{\text{coh}} \theta \ll a$ , с использованием оценки  $\omega_{\kappa=1} \approx \frac{m^3 a}{V_0}$  позволяющее записать условие применения теории рождения пар

в однородном поле в виде  $\theta \ll \frac{\omega_{\kappa=1}}{\omega} \frac{V_0}{m}$ , где  $\frac{V_0}{m} = 0,57$  и  $1,74$  мрад для Ge  $\langle 110 \rangle$  ( $T = 100$  К) и W  $\langle 111 \rangle$  ( $T = 293$  К) соответственно.

Подобно случаю излучения<sup>18</sup> [2], для оценки угловой области качественного сохранения магнитотормозного характера процесса образования пар сравним угол поворота электрона в поле атомной цепочки или плоскости  $\Delta\theta \sim \frac{Ea}{\varepsilon\theta} \approx \frac{V_0}{\varepsilon\theta}$  с характерным углом его отклонения в области формирования пары  $\frac{m}{\varepsilon}$ .

Видно, что углы падения можно разделить на область  $\theta < \frac{V_0}{m}$  (см. рис. 1, область III), в которой выполняется условие  $\Delta\theta > \frac{m}{\varepsilon}$  и процесс рождения пар сохраняет магнитотормозной характер, и область  $\theta > \frac{V_0}{m}$  (см. рис. 1, области II и IV), в которой выполняется условие  $\Delta\theta < \frac{m}{\varepsilon}$  и процесс рождения пар носит дипольный характер.

В области III, в том числе при сколь угодно высоких энергиях гамма-квантов, процесс формирования пары в основном завершается в поле отдельной атомной цепочки или плоскости, тогда как в областях II и IV принципиально важное значение имеет интерференция амплитуд рождения пар в полях различных атомных цепочек и плоскостей, характер которой с ростом энергии качественно меняется.

Действительно, условие конструктивной интерференции амплитуд рождения пар в поле атомных цепочек, образующих плоскость и разделенных расстоянием  $d$ , имеет вид [7; 17]

$$\frac{2m^2}{\omega} \frac{d}{\theta} = 2\pi n,$$

где  $n = 1, 2, \dots$  – порядок интерференции. Удовлетворяющий этому условию угол падения уменьшается с энергией гамма-кванта, достигая характерной величины  $\frac{V_0}{m}$  при энергии

<sup>16</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

<sup>17</sup>Там же.

<sup>18</sup>Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля... 512 с. (Теоретическая физика ; т. 2).

$$\omega \approx \frac{m^3}{\pi n} \frac{d}{V_0} = \frac{d\omega_{\kappa=1}}{\pi n a},$$

составляющей несколько единиц пороговой энергии  $\omega_{\kappa=1}$ , и доказывая, что характерные для теории когерентного рождения пар интерференционные пики в угловой зависимости вероятности рождения пар, как и в большей части энергетического распределения рождающихся электронов и позитронов, при достаточно высоких энергиях  $\omega \gg \omega_{\kappa=1}$  должны исчезнуть. При таких энергиях и углах  $\psi > \frac{V_0}{m}$  (см. рис. 1, область IV) в область формирования пары попадает большое количество атомных цепочек и процесс ее рождения происходит в условиях действия поля образуемых цепочками плоскостей, для которых также можно ввести характеризующие магнитотормозной процесс рождения пар пороговую энергию  $\omega_{\kappa=1}$  и пограничный угол  $\frac{V_0}{m}$ , соответственно в 5–10 раз большую и 5–10 раз меньший, чем аналогичные величины для атомных цепочек. Магнитотормозное рождение пар в поле плоскостей отличается от того, что благодаря коллинеарности электрического поля во всем объеме кристалла оно позволяет в максимальной мере проявиться эффектам магнитотормозного дихроизма и двулучепреломления в тераэлектронвольтовом диапазоне электромагнитного излучения [6]. Таким образом, поиск процесса образования пар, перекрестного процессу излучения при каналировании, привел к предсказанию магнитотормозного механизма излучения и рождения пар, а также позволил получить картину процессов излучения и рождения пар при любых ориентациях кристаллов и сколь угодно высоких энергиях электронов, позитронов и гамма-квантов.

### Метод расчета вероятности образования пар с учетом неоднородности усредненного поля и интерференции вкладов различных атомных цепочек

Благодаря учету эффекта отдачи в излучении метод Байера – Каткова<sup>19</sup> [17] позволяет описать и процесс образования пар гамма-квантами, выражая его дифференциальную по энергии и углам вылета при рождении электрона (позитрона) вероятность (используется система единиц  $\hbar = c = 1$ )

$$\frac{d^3 N}{d\varepsilon_- d\vartheta d\varphi} = \frac{\alpha \varepsilon_-^2}{8\pi^2 \omega \varepsilon_+^2} \left[ \frac{\omega^2 |A|^2}{\gamma_-^2} + (\varepsilon_-^2 + \varepsilon_+^2) |\vec{B}|^2 \right], \quad (1)$$

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{i\varphi(t)\} dt, \quad \vec{B} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{v}_\perp(t) - \vec{\theta}_\perp) \exp\{i\varphi(t)\} dt, \quad (2)$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \dot{\varphi}(t') dt' = \frac{\varepsilon_-}{\varepsilon_+} (\omega t - \vec{k} \vec{r}) = \frac{\omega'}{2} \int_0^t \left[ \gamma_-^{-2} + (\vec{v}_\perp(t') - \vec{\theta}_\perp)^2 \right] dt', \quad \omega' = \frac{\omega \varepsilon_-}{\varepsilon_+}, \quad (3)$$

через временную зависимость скорости  $\vec{v}(t)$  одной из частиц рождающейся пары, в качестве которой в формулах (1)–(3) выбран электрон. Поперечные компоненты импульса гамма-кванта  $\vec{k}_\perp = \vec{\theta} \omega$ , скорости электрона  $\vec{v}_\perp$ , а также угол  $\vec{\theta} = \frac{\vec{v}_\perp(0)}{v}$ , определяющий начальное направление скорости электрона,

мы отсчитываем здесь от направления кристаллической оси. Поясним также, что в области глубокого ультрарелятивизма  $\gamma > 10^4$  хорошо применимо использованное в формулах (1)–(3) и ниже приближение малых углов  $k_\perp, v_\perp, \theta, \vartheta \ll 1$ .

Интервал набора основных значений интегралов (2) интерпретируется как область формирования пары<sup>20</sup> [7; 17]. Как отмечалось выше, при магнитотормозном механизме рождения пар эта область в основном локализована в поле одной атомной цепочки или плоскости, а при когерентном тормозном образовании пар она охватывает различные атомные цепочки и плоскости, что необходимо учитывать при проведении интегрирования в выражениях (2).

В процессе формирования пары электрон испытывает непрерывное ускорение в усредненном потенциале кристалла и практически мгновенные отклонения на углы  $\vartheta_i$  при некогерентном рассеянии на отдельных ядрах и электронах атомов, учет которых приобретает особую важность при рассмотрении

<sup>19</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

<sup>20</sup>Там же.

кристаллов, содержащих элементы с большим атомным номером, такие как свинец и вольфрам. Для того чтобы отделить интегрирование гладких функций на интервалах между точками некогерентного рассеяния от локального вклада последнего, еще при исследовании процесса излучения [14–16] нами было предложено провести на каждом таком участке интегрирование по частям, в случае рождения пар (2) получая

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{i\varphi(t)\} dt = i \sum_{i=1}^N \left\{ \left[ \frac{1}{\dot{\varphi}(t_i+0)} - \frac{1}{\dot{\varphi}(t_i-0)} \right] \exp i\varphi(t_i) - \right. \\ \left. - \frac{2\ddot{\varphi}(\bar{t}_i)}{\dot{\varphi}^3(\bar{t}_i)} \sin \left[ \frac{\varphi(t_i-0) - \varphi(t_{i-1}+0)}{2} \right] \exp i\varphi(\bar{t}_i) \right\}, \quad (4)$$

$$\vec{B} = \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{v}_\perp(t) - \vec{\theta}] \exp\{i\varphi(t)\} dt = i \sum_{i=1}^N \left\{ \left[ \frac{\vec{v}_\perp(t_i) + \vec{\vartheta}_i - \vec{\theta}}{\dot{\varphi}(t_i+0)} - \frac{\vec{v}_\perp(t_i) - \vec{\theta}}{\dot{\varphi}(t_i-0)} \right] \exp i\varphi(t_i) - \right. \\ \left. - \frac{2}{\dot{\varphi}^2(\bar{t}_i)} \left[ \dot{\vec{v}}_\perp(\bar{t}_i) - (\vec{v}_\perp(\bar{t}_i) - \vec{\theta}) \frac{\ddot{\varphi}(\bar{t}_i)}{\dot{\varphi}(\bar{t}_i)} \right] \sin \left[ \frac{\varphi(t_i-0) - \varphi(t_{i-1}+0)}{2} \right] \exp i\varphi(\bar{t}_i) \right\},$$

где  $\bar{t}_i = \frac{t_i + t_{i-1}}{2}$ ,  $\ddot{\varphi}(t) = \omega'(\vec{v}_\perp(t_i) - \vec{\theta}) \cdot \dot{\vec{v}}_\perp(t)$  – вторая производная фазы (3), а

$$\dot{\varphi}(t_i-0) = \frac{\omega'}{2} \left[ \gamma^{-2} + (\vec{v}_\perp(t_i) - \vec{\theta})^2 \right],$$

$$\dot{\varphi}(t_i+0) = \frac{\omega'}{2} \left[ \gamma^{-2} + (\vec{v}_\perp(t_i) + \vec{\vartheta}_i - \vec{\theta})^2 \right]$$

– первые производные фазы (3) слева и справа от точки некогерентного рассеяния. При этом интегралы от пропорциональных ускорению частиц  $\dot{\vec{v}}_\perp(t)$  гладких функций аппроксимируются аналитически с использованием приближения постоянного поля [14]. Немаловажен и тот факт, что представление интегралов (2) в форме (4) значительно улучшает сходимость интегралов по  $\vec{\vartheta}$  и  $t$  в выражениях (1) и (2).

Наиболее сложной как для теоретического, так и для численного описания является область углов падения  $\psi \sim \frac{V_0}{m}$ , в которой угол отклонения электронов (позитронов) сравним с характерным углом излучения  $\frac{1}{\gamma}$ , а область формирования пары может охватывать несколько атомных цепочек или плоскостей.

Учет этих обстоятельств обеспечивается выбором пределов интегрирования по углу  $\vec{\vartheta}$  и временной переменной в выражениях (1) и (2). В первом из них необходимо учесть траектории всех электронов, направление движения которых приближается к направлению импульса гамма-кванта на угол, не превышающий двух-трех характерных углов  $\frac{1}{\gamma}$ , для чего угол  $\vec{\vartheta}$  был подчинен условию

$$|\vec{\vartheta} - \vec{\theta}| < \frac{\vartheta_L^2}{\sqrt{\vartheta_L^2 + \theta^2} + \theta} + \frac{3}{\gamma}, \quad (5)$$

сводящемуся к неравенству  $|\vec{\vartheta} - \vec{\theta}| < \vartheta_L + \frac{3}{\gamma}$  при  $\theta \ll \vartheta_L$  и неравенству  $|\vec{\vartheta} - \vec{\theta}| < \frac{V_0}{\varepsilon\theta} + \frac{3}{\gamma}$  при  $\theta \gg \vartheta_L$ .

Хотя длина когерентности  $l_{\text{coh}}$  процесса формирования пары превосходит межатомное расстояние, при описании процесса рождения пар в кристаллах, толщина которых существенно превышает  $l_{\text{coh}}$ , удобно использовать локальную вероятность рождения пары гамма-квантом, распространяющимся в определенном направлении. Для расчета такой вероятности длина области интегрирования в выражениях (2) должна быть выбрана, с одной стороны, малой по сравнению с толщиной кристалла, а с другой – достаточной для описания процесса формирования пары в области, в которую могут попадать либо несколько атомных цепочек, либо несколько осцилляций поперечной компоненты скорости при каналированном или низком надбарьерном движении. Исходя из этих требований, длина области интегрирования в выражениях (2) выбиралась равной



$$t_{\max} = \frac{\Delta_p}{\sqrt{\frac{4V_{\max}}{\omega} + \theta^2}}, \quad (6)$$

где  $\Delta_p$  – поперечное относительно атомной цепочки смещение электрона в области формирования пары.

Чтобы при условии  $\theta^2 \gg \frac{4V_{\max}}{\omega}$ , когда угол отклонения импульсов рождающихся частиц от направления

оси (плоскости) существенно превышает угол каналирования, в область формирования пары попадало несколько атомных цепочек, поперечное смещение  $\Delta_p$  должно превосходить расстояние между цепочками, оставаясь при этом достаточно малым, т. е. составлять порядка нанометра. Стоит отметить, что при поперечном смещении  $\Delta_p \sim 1$  нм в условиях каналирования и низкого надбарьерного движения рож-

дающихся частиц  $\theta^2 < \frac{4V_{\max}}{\omega}$  длина (6) превышает несколько квазипериодов поперечных осцилляций

скорости, позволяя учесть интерференционные эффекты и в этом случае. Заметим также, что, хотя выбор длины (6) обеспечивает интегрирование по области, дающей основной вклад в выражения (2), введение конечных пределов интегрирования неизбежно приводит к размытию интерференционных пиков в спектре рождающихся частиц при каждой траектории. Однако данный эффект нивелируется при рассмотрении множества траекторий, мало влияя на интегральную вероятность рождения пары при заданных направлении распространения и энергии гамма-кванта.

Для проверки выбора поперечного смещения  $\Delta_p$  был проведен расчет зависимости вероятности рождения пар в рассмотренном в экспериментах [9; 10] случае (при использовании «сильной» оси  $\langle 110 \rangle$  кристалла германия, охлажденного до 100 К, энергии гамма-квантов 150 ГэВ и значениях поперечного смещения 5; 10 и 15 Å) от угла  $\theta$  падения гамма-квантов на ось. Вероятность также усреднялась по азимутальному углу падения. На рис. 2 представлены графики отклонения результатов расчета вероятности рождения пар при  $\Delta_p = 5$  Å и  $\Delta_p = 15$  Å от результата расчета при  $\Delta_p = 10$  Å. Нетрудно видеть, что последний является устойчивым, а вариация значений  $\Delta_p$  приводит к изменениям результатов расчета вероятности на несколько процентов. По этой причине далее мы полагаем, что  $\Delta_p = 10$  Å, и обеспечиваем статистическую погрешность расчетов на уровне 1–2 %.

### Расчет вероятности образования пар в условиях реальных экспериментов

Описанный метод расчета позволяет дать количественную интерпретацию данных экспериментов по наблюдению рождения пар гамма-квантами с энергиями до 150 ГэВ в кристаллах германия [9; 10] и вольфрама [11; 12] с единых позиций. В первых экспериментах по наблюдению магнитотормозного механизма рождения пар [9; 10] был выбран германий ввиду доступности кристаллов высокого качества, достаточно большого атомного номера, а также возможности значительного понижения амплитуды тепловых колебаний атомов при охлаждении. На рис. 2 представлены результаты расчета зависимостей вероятности рождения пар гамма-квантами с энергиями 50; 100 и 150 ГэВ от угла  $\theta$  падения на ось  $\langle 110 \rangle$  кристалла германия при температуре 100 К. Поскольку разработанная задолго до предсказания магнитотормозного механизма теория когерентного тормозного образования пар [7; 8] вообще не предсказывала усиления процесса при нулевом и близких к нему углах падения, наблюдавшийся в экспериментах [9; 10] 7–8-кратный рост вероятности рождения пар при таких углах стал подтверждением проявления магнитотормозного образования пар. Отметим, что измеренное в эксперименте [10] 7-кратное увеличение вероятности образования пар при нулевом угле падения на ось  $\langle 110 \rangle$  было предсказано в работе [5]. К сожалению, значительные статистические неопределенности, широкие интервалы энергий гамма-квантов и отсутствие информации о распределении внутри них не позволяют провести наложение экспериментальных данных [9; 10] на расчетные кривые. Однако можно утверждать, что наблюдаемые угловые зависимости согласуются с теоретическими на качественном уровне. Главной чертой этих зависимостей является провал вблизи нулевого угла падения и наличие пика при  $\theta \sim 1$  мрад. Существование минимума вероятности образования пар при рассматриваемых энергиях и нулевом угле падения было обосновано в работе [5] путем расчета поправки по углу падения к приближению однородного поля, предсказывающего также исчезновение этого минимума при энергии около 200 ГэВ. Сравнение результатов экспериментов [9; 10] между собой показывает, что значения вероятности, полученные в первом эксперименте, на 0,5–1,0  $W_{\text{ВН}}$  превышают значения вероятности, измеренные во втором эксперименте в широком диапазоне энергий и углов падения. Несмотря на довольно высокую погрешность эксперимента, в целом можно утверждать, что результаты численного расчета, представленные на рис. 2, находятся в согласии с результатами эксперимента [10] и противоречат результатам эксперимента [9]. Недостаточная точность всех экспериментов [9–12] не позволяла измерить зависимость вероятности рождения пар от азимутальной ориентации плоскости падения гамма-квантов на ось  $\langle 110 \rangle$ , по которой было проведено усреднение при расчетах.

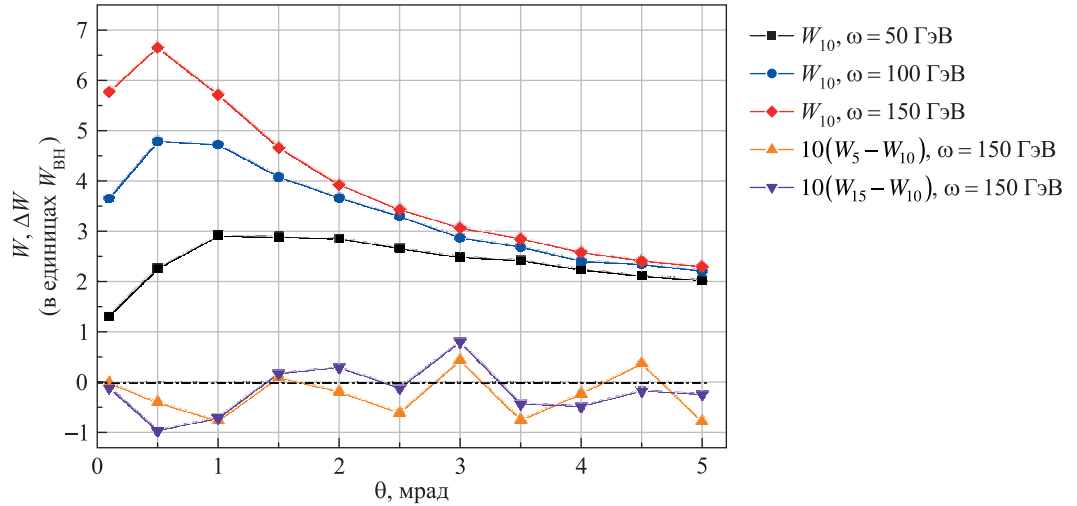


Рис. 2. Зависимости вероятности рождения пар гамма-квантами с энергиями 50; 100 и 150 ГэВ от угла падения на ось  $\langle 110 \rangle$  кристалла германия при температуре 100 К ( $W_{10}$  – зависимости вероятности рождения пар гамма-квантами с энергиями 50; 100 и 150 ГэВ, рассчитанные для поперечного смещения  $\Delta_p = 10 \text{ \AA}$ ;  $10(W_5 - W_{10})$  и  $10(W_{15} - W_{10})$  – домноженные на 10 отклонения от зависимости  $W_{10}$  при энергии гамма-квантов 150 ГэВ аналогичных зависимостей, рассчитанных для поперечных смещений  $\Delta_p = 5 \text{ \AA}$  и  $\Delta_p = 15 \text{ \AA}$  соответственно).  
Здесь и далее вероятности и их разницы выражены в единицах вероятности Бете – Гайтлера ( $W_{BH}$ )  
Fig. 2. Dependences of the probability of pair production by gamma quanta with energies of 50; 100 and 150 GeV on the angle of incidence on the  $\langle 110 \rangle$  axis of a germanium crystal at a temperature of 100 K ( $W_{10}$  – dependences of the probability of pair production by gamma quanta with energies of 50; 100 and 150 GeV calculated for a transverse shift of  $\Delta_p = 10 \text{ \AA}$ ;  $10(W_5 - W_{10})$  and  $10(W_{15} - W_{10})$  – deviations from the  $W_{10}$  dependence at a gamma quanta energy of 150 GeV, multiplied by 10, of similar dependences calculated for transverse shifts of  $\Delta_p = 5 \text{ \AA}$  and  $\Delta_p = 15 \text{ \AA}$ , respectively).  
From here on, the probabilities and their differences are expressed in Bethe – Heitler probability ( $W_{BH}$ ) units

После подтверждения существования магнитотормозного механизма рождения пар встал вопрос об исследовании возможностей его использования. Одним из давно назревших приложений эффекта усиления процесса рождения пар в кристаллах является создание гамма-фильтров, позволяющих ослабить нежелательный гамма-фон в условиях эксперимента по исследованию редких распадов К-мезонов [11–13]. Напомним, что точные измерения вероятностей распадов К-мезонов, происходящих с участием изменяющего аромат нейтрального тока, открывают уникальные возможности для поиска так называемой новой физики, под которой понимаются отклонения от Стандартной модели фундаментальных взаимодействий [13]. Есть два типа распада –  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  и  $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ , которые могут не только доказать существование таких отклонений, но и дать информацию об описывающих их моделях. Первый распад на протяжении нескольких десятилетий исследуется на ускорителе SPS в рамках эксперимента NA62, тогда как наблюдение второго распада только планируется в эксперименте KLEVER [12; 13]. Получение пучков нейтральных К-мезонов, помимо генерации нейтральных сильновзаимодействующих частиц, в первую очередь нейтронов, сопровождается интенсивным образованием гамма-квантов от распада нейтральных пионов. Понятно, что присутствие значительного количества таких «первичных» гамма-квантов создает принципиальные проблемы для выделения гораздо более малочисленных гамма-квантов от распадов нейтральных пионов, образующихся при искомым редких распадах нейтральных К-мезонов.

Вследствие того, что радиационная длина  $X_0$ , характеризующая дистанцию поглощения гамма-квантов, обратно пропорциональна квадрату атомного номера, наибольшее отношение характерной длины сильного взаимодействия (ядерной длины) к радиационной длине достигается в веществах с большим атомным номером, в которых оно составляет нескольких десятков [19]. Благодаря этому отношение потоков гамма-квантов и К-мезонов можно понизить на несколько порядков, используя поглотитель толщиной порядка десятка радиационных длин (в проекте [13] коэффициент ослабления составляет  $8,3 \cdot 10^{-5}$  при толщине вольфрама  $9,4X_0 \approx 3,3 \text{ см}$ ). Стоит отметить, что отношение потоков гамма-квантов и К-мезонов можно дополнительно существенно повысить, используя усиление процесса образования пар в кристаллах. Поскольку энергия большинства гамма-квантов в эксперименте [13] не будет превышать 50 ГэВ, важно обеспечить усиление их поглощения, начиная с энергий 15–20 ГэВ. В силу увеличения усредненного поля атомных цепочек и понижения пороговой энергии магнитотормозного рождения пар с ростом атомного номера для этого лучше всего использовать кристаллы вольфрама.

Эксперименты [11; 12] по наблюдению магнитотормозного рождения пар в кристаллах вольфрама были поставлены лишь через 10 лет после экспериментов [9; 10] с кристаллами германия. В эксперименте [11]

использовалась не самая сильная ось  $\langle 100 \rangle$  объемно центрированной кубической решетки, что очевидно было обусловлено низкой доступностью кристаллов вольфрама высокого качества (использованный в этом эксперименте кристалл требовал выделения участков слабо варьирующей толщины).

Сравнение параметров осей  $\langle 100 \rangle$  и  $\langle 111 \rangle$  проводится в таблице. Угловые зависимости вероятностей рождения пар, представленные на рис. 3, иллюстрируют явные преимущества использования оси  $\langle 111 \rangle$ , а также заметный эффект охлаждения кристалла вольфрама.

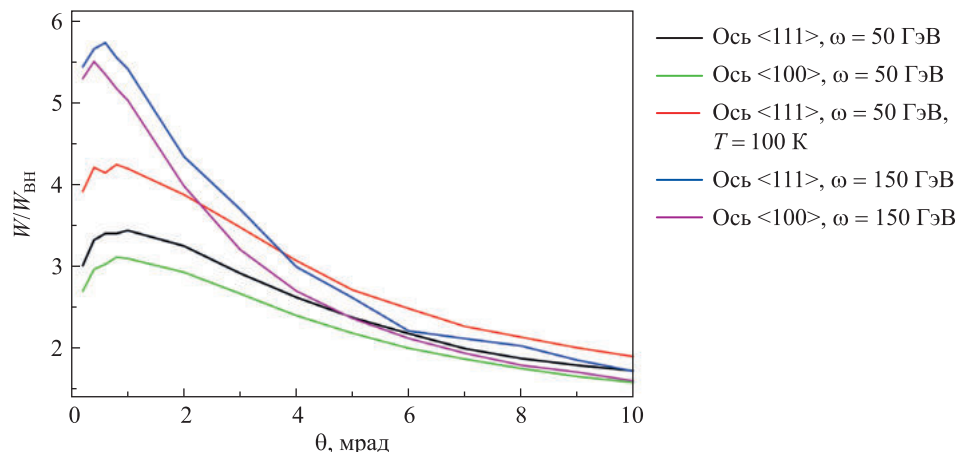


Рис. 3. Зависимости вероятности рождения пар гамма-квантами с энергиями 50 и 150 ГэВ в кристалле вольфрама от угла падения на оси  $\langle 111 \rangle$  и  $\langle 100 \rangle$

Fig. 3. Dependences of the probability of pair production by gamma quanta with energies of 50 and 150 GeV in a tungsten crystal on the angle of incidence on the  $\langle 111 \rangle$  and  $\langle 100 \rangle$  axes

Влияние охлаждения кристалла вольфрама было исследовано в эксперименте [12] в условиях падения гамма-квантов с энергиями, не превышающими 60 ГэВ, вдоль «сильной» оси  $\langle 111 \rangle$ . На основе теории рождения пар в однородном поле<sup>21</sup> [1] авторы работы [12] ожидали роста вероятности рождения пар на 30–50 % при охлаждении кристалла от 300 до 100 К. Однако это предсказание не было подтверждено экспериментальными данными [12], воспроизвести которые удалось только на основе расчета по формулам (1)–(6). Результаты этого расчета вместе с данными эксперимента представлены на рис. 4. В целях учета мозаичности кристалла угол падения гамма-квантов на ось  $\langle 111 \rangle$  при расчетах полагался равным 0,3 мрад.

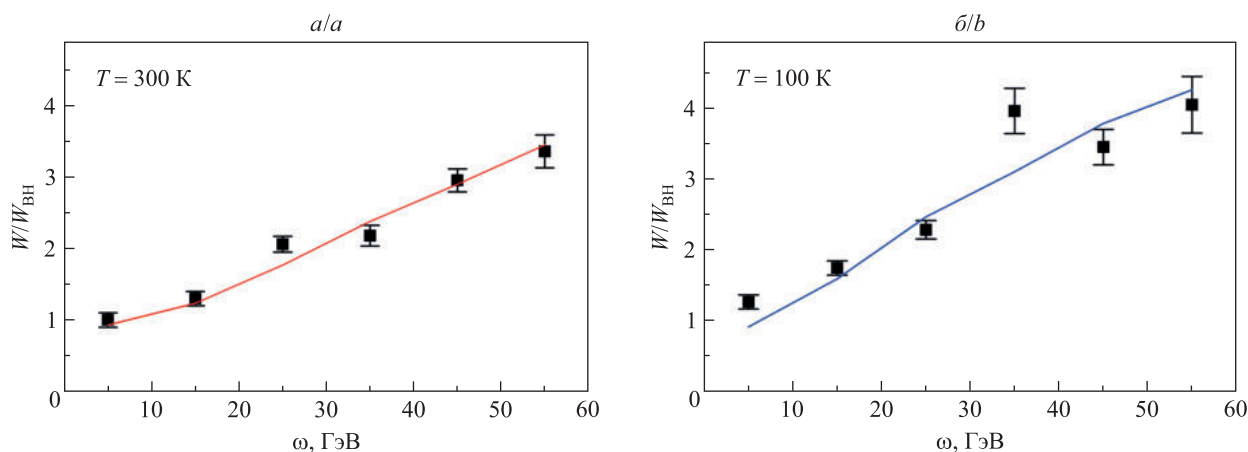


Рис. 4. Коэффициент усиления образования пар гамма-квантами, падающими вдоль оси  $\langle 111 \rangle$  кристалла вольфрама при температуре 300 К (а) и 100 К (б) в интервале энергий гамма-квантов 0–60 ГэВ.

Заполненные квадраты со статистическими погрешностями представляют результаты эксперимента, а линии – результаты расчета описанным в статье методом

Fig. 4. The coefficient of enhancement of pair production by gamma quanta incident along the  $\langle 111 \rangle$  axis of a tungsten crystal at a temperature of 300 K (a) and 100 K (b) in the gamma quanta energy range of 0–60 GeV. Filled squares with statistical errors represent the experimental results, and the lines represent the results of calculations by the method described in the article

<sup>21</sup> Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).

Значительная часть данных эксперимента [11] касается зависимости вероятности рождения пар от азимутального угла  $\varphi$ , определяющего положение плоскости падения гамма-квантов на ось (рис. 5).

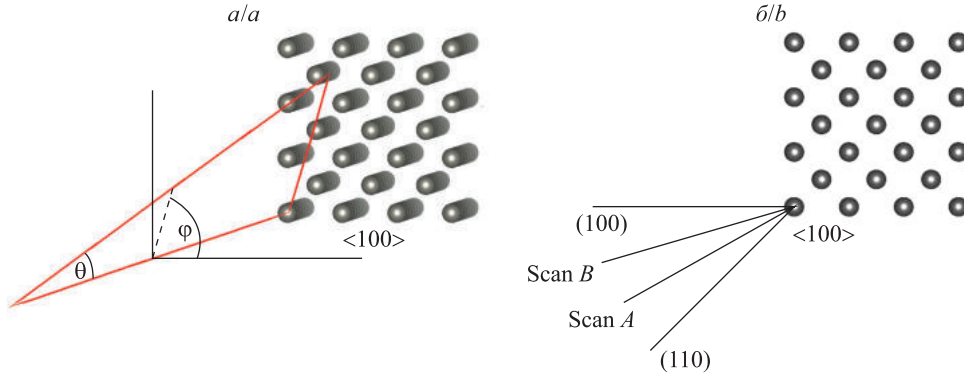


Рис. 5. Падение гамма-кванта на ось  $\langle 100 \rangle$  под углом  $\theta$  в плоскости, задаваемой углом  $\varphi$  (a).  
Направления плоскостей падения гамма-квантов на ось  $\langle 100 \rangle$ , использованные в эксперименте [11] (б)  
Fig. 5. The incidence of a gamma quantum on the  $\langle 100 \rangle$  axis at an angle  $\theta$  in a plane defined by the angle  $\varphi$  (a).  
Directions of the planes of incidence of gamma quanta on the  $\langle 100 \rangle$  axis used in the experiment [11] (b)

Хотя эти результаты имеют ограниченное практическое значение, они представляют интерес с точки зрения демонстрации возможностей расчетного метода. Поясним, что азимутальная зависимость вероятности рождения пар может быть значительна в рамках теории когерентного тормозного рождения пар [7; 8], использующей приближение прямолинейных траекторий и применимой при достаточно больших углах падения на ось. Нарушение обоих указанных положений в эксперименте [11], в частности приближения прямолинейных траекторий в условиях интенсивного некогерентного рассеяния электронов и позитронов в кристалле вольфрама с атомным номером  $Z = 74$ , объясняет, почему в этом эксперименте не удалось статистически разделить зависимости вероятности рождения пар от полярного угла падения на ось при различных азимутальных ориентациях плоскости падения гамма-квантов. В подобных условиях надежный теоретический расчет остается единственным методом выяснения физической картины, иллюстрируемой рис. 6, на котором представлены зависимости вероятности рождения пар от полярного угла падения на ось при использованных в эксперименте [11] и показанных на рис. 5 азимутальных ориентациях плоскости падения гамма-квантов.

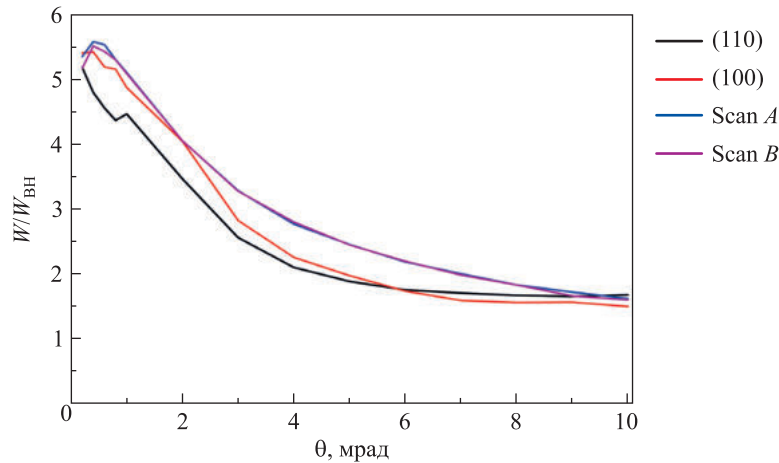


Рис. 6. Зависимости вероятности рождения пар гамма-квантами с энергией 150 ГэВ в плоскостях падения гамма-квантов на ось, использованных в эксперименте [11], от угла падения на ось  $\langle 100 \rangle$   
Fig. 6. Dependences of the probability of pair production by gamma quanta with an energy of 150 GeV in the planes of incidence of gamma quanta on the axis used in the experiment [11] on the angle of incidence on the  $\langle 100 \rangle$  axis

Нетрудно видеть, что выбор азимутальной ориентации плоскости падения гамма-квантов на ось может обеспечить увеличение вероятности рождения пар вплоть до 20 %. Этот эффект можно было бы попытаться использовать для усиления поглощения гамма-квантов, если бы максимум вероятности достигался при угле падения на ось  $\theta \sim 4-6$  мрад. Однако и в этом случае результат был бы сильно ограничен малым угловым аксептансом области повышенной вероятности рождения пар.



## Заклучение

В статье представлена полная картина процесса рождения гамма-квантами электрон-позитронных пар в кристаллах. При энергиях, составляющих десятки и сотни гигаэлектронвольт, а также при нулевом и близких к нему углах падения гамма-квантов на оси и плоскости в кристаллах начинает проявляться магнитотормозной механизм рождения пар [3–6], имеющий ту же природу, что и рождение пар в однородном магнитном поле<sup>22</sup> [1]. Этот механизм конкурирует с известным с 1950-х гг. когерентным тормозным механизмом [7; 8], который проявляется при больших углах падения, начиная с энергий порядка гигаэлектронвольта. В области энергий, при которых магнитотормозной механизм рождения пар достигает значительной интенсивности, область углов, при которых проявляется когерентный тормозной механизм, сужается и прерывается, а при достаточно высоких энергиях магнитотормозной механизм становится единственным [6]. Для его описания при энергиях десятки гигаэлектронвольт и выше во всем угловом диапазоне нами разработан метод расчета, позволяющий учесть не только интерференцию амплитуд процесса образования пар в полях различных атомных цепочек и плоскостей, но и неоднородность усредненного поля последних. На основе предложенного метода дана интерпретация известных экспериментов по наблюдению усиления процесса рождения пар в кристаллах германия [9; 10] и вольфрама [11; 12] в широкой угловой области, охватывающей область проявления магнитотормозного механизма. Впервые продемонстрировано согласие теоретических предсказаний и данных эксперимента [12] по наблюдению усиления процесса рождения пар в кристалле вольфрама, предназначенного для использования в качестве поглотителя жесткого гамма-излучения в экспериментах по поиску отклонений от Стандартной модели фундаментальных взаимодействий в редких распадах нейтрального К-мезона [12; 13]. В качестве обширной области применения разработанного метода можно также указать моделирование высокоэнергетических электромагнитных ливней, сопровождающих регистрацию электронов, позитронов и гамма-квантов в кристаллических сцинтилляторах, используемых в электромагнитных калориметрах и гамма-телескопах [16; 17].

## Библиографические ссылки

1. Никишов АИ, Ритус ВИ. *Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле*. Гинзбург ВЛ, редактор. Москва: Наука; 1979. 278 с. (Труды ордена Ленина Физического института имени П. Н. Лебедева Академии наук СССР; том 111).
2. Jackson JD. *Classical electrodynamics*. 3<sup>rd</sup> edition. New York: Wiley; 1999. XXII, 808 p.
3. Барышевский ВГ. *Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях*. Минск: Издательство БГУ имени В. И. Ленина; 1982. 256 с.
4. Барышевский ВГ, Тихомиров ВВ. Двулучепреломление гамма-квантов больших энергий в кристаллах. *Ядерная физика*. 1982;36(3):697–706.
5. Baryshevskii VG, Tikhomirov VV. Pair production in a slowly varying electromagnetic field and the pair production process. *Physics Letters A*. 1985;113(6):335–340. DOI: 10.1016/0375-9601(85)90178-1.
6. Барышевский ВГ, Тихомиров ВВ. Радиационные процессы магнитотормозного типа в кристаллах и сопровождающие их поляризационные явления. *Успехи физических наук*. 1989;159(3):529–565. EDN: DCMVRA.
7. Ter-Mikaelian ML. *High-energy electromagnetic processes in condensed media*. New York: John Wiley & Sons; 1972. IX, 457 p. (Marshak RE, editor. Interscience tracts on physics and astronomy; number 29).
8. Diambrini-Palazzi G. High-energy bremsstrahlung and electron pair production in thin crystals. *Reviews of Modern Physics*. 1968;40(3):611–631. DOI: 10.1103/RevModPhys.40.611.
9. Belkacem A, Bologna G, Chevallier M, Cue N, Gaillard MJ, Genre R, et al. Study of  $e^+ - e^-$  pair creation by 20–150 GeV photons incident on a germanium crystal in alignment conditions. *Physical Review Letters*. 1987;58(12):1196–1199. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1196.
10. Bak JF, Barberis D, Brodbeck TJ, Doyle AT, Ellison RJ, Elsener K, et al.  $e^+ - e^-$  pair creation by 40–150 GeV photons incident near the  $\langle 110 \rangle$  axis in a germanium crystal. *Physics Letters B*. 1988;202(4):615–619. DOI: 10.1016/0370-2693(88)91874-6.
11. Moore R, Parker MA, Baurichter A, Kirsebom K, Medenwaldt R, Mikkelsen U, et al. Measurement of pair production by high energy photons in an aligned tungsten crystal. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 1996;119(1–2):149–155. DOI: 10.1016/0168-583X(96)00347-3.
12. Kirsebom K, Kononets YuV, Mikkelsen U, Møller SP, Uggerhøj E, Worm T, et al. Pair production by 5–150 GeV photons in the strong crystalline fields of germanium, tungsten and iridium. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 1998;135(1–4):143–148. DOI: 10.1016/S0168-583X(97)00589-2.
13. Moulson M. KLEVER: an experiment to measure  $BR(K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu})$  at the CERN SPS. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;1526:012028. DOI: 10.1088/1742-6596/1526/1/012028.
14. Guidi V, Bandiera L, Tikhomirov V. Radiation generated by single and multiple volume reflection of ultrarelativistic electrons and positrons in bent crystals. *Physical Review A*. 2012;86(4):042903. DOI: 10.1103/PhysRevA.86.042903.

<sup>22</sup>Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика... 728 с. (Теоретическая физика ; т. 4).



15. Bandiera L, Bagli E, Guidi V, Mazzolari A, Berra A, Lietti D, et al. Broad and intense radiation accompanying multiple volume reflection of ultrarelativistic electrons in a bent crystal. *Physical Review Letters*. 2013;111(25):255502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.255502.
16. Bandiera L, Tikhomirov VV, Romagnoni M, Argiolas N, Bagli E, Ballerini G, et al. Strong reduction of the effective radiation length in an axially oriented scintillator crystal. *Physical Review Letters*. 2018;121(2):021603. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.021603.
17. Байер ВН, Катков ВМ, Страховенко ВМ. *Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах*. Скринский АН, редактор. Новосибирск: Наука; 1989. 400 с.
18. Линдхард Й. Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц. *Успехи физических наук*. 1969;99(2):249–296. DOI: 10.3367/UFNr.0099.196910c.0249.
19. Navas S, Amsler C, Gutsche T, Hanhart C, Hernández-Rey JJ, Lourenço C, et al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Physical Review D*. 2024;110(3):030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.110.030001.

Получена 14.08.2025 / исправлена 20.08.2025 / принята 20.08.2025.  
Received 14.08.2025 / revised 20.08.2025 / accepted 20.08.2025.