

# БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского  
государственного университета

А.Д.Король



27 июня 2025 г.

Регистрационный № УД-14160/уч.

## СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ОБРАБОТКЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для  
специальностей:

**1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)**

1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность)

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2021 и учебного плана № G31-1-212/уч. от 22.03.2022.

### **СОСТАВИТЕЛЬ:**

*П.А.Пашук*, старший преподаватель кафедры теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, магистр прикладной математики и информационных технологий

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

*М.С.Абрамович*, заведующий НИЛ статистического анализа и моделирования учреждения Белорусского государственного университета «НИИ прикладных проблем математики и информатики», кандидат физико-математических наук, доцент;

*А.И.Кишкар*, ведущий инженер-программист отдела информационных систем управления бизнес-приложений департамента производства ЗАО «Международный деловой альянс», магистр прикладной математики и информационных технологий

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории вероятностей и математической статистики БГУ  
(протокол № 15 от 27.05.2025);

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 11 от 26.06.2025)

Заведующий кафедрой



А.Ю.Харин

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Цель** учебной дисциплины «Случайные процессы в обработке изображений» – формирование необходимых навыков владения методами и алгоритмами статистической обработки и фильтрации изображений.

### **Задачи учебной дисциплины:**

- 1) изучение основных понятий, алгоритмов и методов работы для обработки изображений;
- 2) формирование навыков практического применения изученных методов и интерпретации получаемых результатов.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к дисциплинам специализации компонента учреждения высшего образования.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных **связей** и программ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Случайные процессы в обработке изображений» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

#### **Универсальные компетенции:**

Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

#### **знать:**

- основные особенности формирования изображений;
- основные методы обработки и улучшения качества изображений;

#### **уметь:**

- подбирать необходимую статистическую модель или алгоритм для решения конкретной задачи;
- выбирать средства реализации практических задач компьютерного зрения, в том числе библиотеки стандартных программ компьютерного зрения;

#### **владеть:**

- основными методами обработки изображений в программной среде;
- навыком компьютерной реализации базовых подходов и методов при анализе и улучшении цифровых изображений;
- решения прикладных задач обработки изображений с использованием современного программного обеспечения.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 7 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Случайные процессы в обработке изображений» отведено для очной формы получения высшего образования: 200 часов, в том числе 72 аудиторных часов, лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 36 часов. Из них:

Лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Изображения как функции дискретных аргументов.**

Изображения как функции дискретных аргументов на конечных решетках.

### **Тема 2. Определение и свойства свертки.**

Определение и свойства свертки комплекснозначных функций дискретных аргументов на регулярных решетках.

### **Тема 3. Определение и свойства дискретного преобразования Фурье.**

Определение и свойства дискретного преобразования Фурье комплекснозначных функций дискретных аргументов на регулярных решетках.

### **Тема 4. Теорема обращения дискретного преобразования Фурье.**

Теорема обращения дискретного преобразования Фурье для функций на конечных решетках.

### **Тема 5. Комплекснозначные стационарные в обобщенном смысле случайные последовательности (ССП).**

Определение и свойства комплекснозначных стационарных в обобщенном смысле случайных последовательностей (ССП).

### **Тема 6. Корреляционная функция комплекснозначных СП.**

Корреляционная функция комплекснозначных СП и ее свойства. Кросс-корреляция.

### **Тема 7. Спектральные плотности 1D и 2D СП и их свойства.**

Спектральные плотности 1D и 2D СП и их свойства. Связь между корреляционной функцией СП и ее спектральной плотностью.

### **Тема 8. Спектральная плотность линейной системы.**

Спектральная плотность линейной системы и ее свойства.

### **Тема 9. Постановка задачи линейной фильтрации.**

Постановка задачи линейной фильтрации комплекснозначных СП.

### **Тема 10. Вариационный метод построения оптимального линейного фильтра.**

Вариационный метод построения оптимального линейного фильтра.

**Тема 11. Уравнение для получения оптимального линейного фильтра Винера для ССП.**

Вывод уравнения для получения оптимального линейного фильтра Винера для ССП в терминах корреляционных функций и спектральных плотностей.

**Тема 12. Фильтр Винера для изображений.**

Фильтр Винера для изображений в терминах корреляционных функций и энергетических спектров – постановка задачи и вывод.

**Тема 13. Построение оптимального фильтра Винера для изображений.**

Построение оптимального фильтра Винера для изображений, прошедших через линейную систему и наблюдаемых со случайным шумом.

**Тема 14. Фильтрации изображений в пространственной и частотной области.**

Общие понятия теории фильтрации изображений в пространственной и частотной области.

**Тема 15. Быстрое преобразование Фурье.**

Быстрое преобразование Фурье и его применение для обработки изображений.

**Тема 16. Частотные и пространственные фильтры.**

Сглаживающие частотные фильтры. Идеальные фильтры низких частот. Идеальные фильтры высоких частот. Фильтры высоких и низких частот Баттеворта. Гауссовы фильтры низких и высоких частот. Частотные фильтры, повышающие резкость изображений. Линейные и медианные фильтры в пространственной области. Быстрое вычисление фильтров изображений. Адаптивные фильтры и фильтры, подавляющие периодические шумы. Примеры их применения.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Формы контроля занятий
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	Изображения как функции дискретных аргументов	2			2			Устный опрос
2	Определение и свойства свертки	2			2			Тест
3	Определение и свойства дискретного преобразования Фурье.	2			2			Индивидуальные задания
4	Теорема обращения дискретного преобразования Фурье	2			2			Отчет по лабораторной работе, контрольная работа.
5	Комплекснозначные стационарные в обобщенном смысле случайные последовательности (ССП)	2			2			Индивидуальные задания
6	Корреляционная функция комплекснозначных СПП	2			2			Отчет по лабораторной работе, контрольная работа
7	Спектральные плотности 1D и 2D СПП и их свойства.	2			2			Устный опрос
8	Спектральная плотность линейной системы	2			2			Индивидуальные задания
9	Постановка задачи линейной фильтрации	2			2			Отчет по лабораторной работе, контрольная работа

10	Вариационный метод построения оптимального линейного фильтра	2			2			Устный опрос
11	Уравнение для получения оптимального линейного фильтра Винера для ССП	2					2	Тест
12	Фильтр Винера для изображений	2			2			Контрольная работа
13	Построение оптимального фильтра Винера для изображений	2					2	Отчет по лабораторной работе.
14	Фильтрации изображений в пространственной и частотной области	2			2			Индивидуальные задания
15	Быстрое преобразование Фурье	2			2			Отчет по лабораторной работе
16	Частотные и пространственные фильтры	6			4		2	Устный опрос, индивидуальные задания, тест, отчет по лабораторной работе, контрольная работа
<b>ИТОГО</b>		<b>36</b>			<b>30</b>		<b>6</b>	

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс; пер. с англ. Л. И. Рубанова, П. А. Чочиа; науч. ред. перевода П. А. Чочиа. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва: Техносфера, 2024. - 1103 с.
2. Селянкин, В. В. Компьютерное зрение. Анализ и обработка изображений: учебное пособие для вузов / В. В. Селянкин. - Изд. 3-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2023. - 148 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/276455>.
3. Голуб, Ю. И. Оценка качества цифровых изображений / Ю. И. Голуб, В. В. Старовойтов; Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси. - Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2023. - 251 с.

### Дополнительная литература

1. Клетте, Р. Компьютерное зрение. Теория и алгоритмы / Р. Клетте; [пер. с англ. А. А. Слинкин]. - Москва: ДМК Пресс, 2019. - 505 с.
2. Шакирьянов, Э.Д. Компьютерное зрение на Python. Первые шаги / Э. Д. Шакирьянов. - Москва: Лаборатория Знаний, 2021. - 160 с.
3. Старовойтов В.В. Цифровые изображения: от получения до обработки / В.В. Старовойтов, Ю.И. Голуб – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2014. – 202 с.
4. Шапиро, Л. Компьютерное зрение: пер. с англ. / Л. Шапиро, Дж. Стокман. – 4 издание, М.: Электрон. Лаборатория знаний, 2020. – 752 с.
5. Snyder, W.E. Fundamentals of Computer Vision / W.E. Snyder, H. Qi. – Cambridge University Press, 2017. – 386 p.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля: устный опрос, контрольные работы, отчеты по лабораторным работам, индивидуальные задания, тесты.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Случайные процессы в обработке изображений» учебным планом предусмотрен **зачет**.

## Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

### ***Тема 11. Уравнение для получения оптимального линейного фильтра Винера для ССП. (2 ч.)***

Вывод уравнения для получения оптимального линейного фильтра Винера для ССП в терминах корреляционных функций и спектральных плотностей.

*Форма контроля – тест.*

### ***Тема 13. Построение оптимального фильтра Винера для изображений. (2 ч.)***

Построение оптимального фильтра Винера для изображений, прошедших через линейную систему и наблюдаемых со случайным шумом.

*Форма контроля – защита отчета по лабораторной работе.*

### ***Тема 16. Частотные и пространственные фильтры. (2 ч.)***

Линейные и медианные фильтры в пространственной области. Быстрое вычисление фильтров изображений.

*Форма контроля – защита отчета по лабораторной работе, тест.*

## Примерная тематика лабораторных занятий

Занятие № 1. Изображения как функции дискретных аргументов.

Занятие № 2. Определение и свойства свертки.

Занятие № 3. Определение и свойства дискретного преобразования Фурье.

Занятие № 4. Теорема обращения дискретного преобразования Фурье.

Занятие № 5. Комплекснозначные стационарные в обобщенном смысле случайные последовательности.

Занятие № 6. Корреляционная функция комплекснозначных ССП.

Занятие № 7. Спектральные плотности 1D и 2D ССП и их свойства.

Занятие № 8. Спектральная плотность линейной системы.

Занятие № 9. Постановка задачи линейной фильтрации.

Занятие № 10. Вариационный метод построения оптимального линейного фильтра.

Занятие № 11. Фильтр Винера для изображений.

Занятие № 12. Фильтрации изображений в пространственной и частотной области.

Занятие № 13. Быстрое преобразование Фурье.

Занятие № 14. Частотные фильтры.

Занятие № 15. Адаптивные фильтры и фильтры, подавляющие периодические шумы.

## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

## **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа с целью изучения материала учебной дисциплины предполагает работу с рекомендованной учебной литературой и Интернет-ресурсами. Теоретические сведения закрепляются выполнением лабораторных заданий, при выполнении которых следует руководствоваться методическими разработками, размещенными в электронной библиотеке университета и на образовательном портале. Также могут быть предложены дополнительные задания (тесты, задания для самостоятельного выполнения) для самооценивания и более глубокого усвоения полученного материала.

## **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Принципы работы глаза человека. Типы фоторецепторов. Виды информации, извлекаемой человеком из изображений.
2. Типы изображений, получаемых на основе преобразования волн разной природы.
3. Камера обскура. Аналоговые и цифровые фотокамеры. Типы монохроматических и хроматической аберраций.
4. Растровые и векторные формы представления цифрового изображения. Определение 2D и 3D растровых цифровых изображений.
5. Общая схема типизации изображений.
6. Физические характеристики света, используемые в компьютерном зрении. Белый свет.
7. Представление цвета с помощью базовых цветов. Цветовые пространства.
8. Текстура: понятие и способы описания. Определение окрестности пиксела.
9. Особенности геометрических преобразований изображений.
10. Способы описания формы объектов на изображениях.

11. Способы выделения границы объектов.
12. Определение растрового пути. Определение связного множества пикселей
13. Определение и примеры внутренней и внешней границы множества пикселей. Определение и примеры контура.
14. Модели (аддитивная и мультипликативная) и типы шумов на изображении.
15. Задача фильтрации изображения. Понятие о пространственных и частотных методах фильтрации.
16. Дискретное 1D и 2D преобразование Фурье. Прямое и обратное ДПФ.
17. Типы частотных фильтров улучшения качества изображений.
18. Пространственные фильтры: гамма коррекция.
19. Повышение четкости изображения путем добавления градиента.
20. Линейные или сверточные фильтры. Общий вид и примеры.
21. Гауссовский и медианный пространственные фильтры.
22. Сверточные фильтры повышения контраста. Назначение и способы коррекции гистограммы изображений.
23. Гистограммы изображения. Эквализация гистограммы.
24. Гистограммы изображения. Постеризация.
25. Билатеральный фильтр.
26. Частотная фильтрация. Использование БПФ. Общая схема частотной фильтрации. Передаточная функция фильтра.
27. Фильтр-пробка. Низкочастотный фильтр Баттерворта.
28. Низкочастотный и высокочастотный идеальный фильтр и ограничения его применения.
29. Низкочастотные Баттерворта и гауссовский фильтры.
30. Высокочастотные Баттерворта и гауссовский фильтры.
31. Лапласиан в частотной области. Вид передаточной функции фильтра и его предназначение.
32. Режекторный Баттерворта и гауссовский фильтры. Предназначение.
33. Общая постановка оптимальной линейной винеровской фильтрации изображений. Примеры применения.
34. Предназначение алгоритмов интерполяции изображений. Интерполяция по ближайшему соседу. Билинейная интерполяция.
35. Бикубическая интерполяция.
36. Интерполяция Ланцоша.
37. Определение процесса сегментации изображений. Примеры характеристик, используемых при сегментации изображений.
38. Сегментация точечных объектов сверточными и корреляционными фильтрами. Определение корреляции изображений совпадающих размеров и опонной корреляции.
39. Алгоритм Хафа выделения отрезков растровых прямых.
40. Детектор границ Кани. Сравнение с градиентными методами.

41. Общие принципы сегментации. Сегментация по порогу. Определение процесса кластеризации.
42. Метод наращивания областей.
43. Метод водораздела. Особенности применения. Сглаживание и устранение «неглубоких» локальных экстремумов.
44. Метод активных контуров: физические принципы работы.
45. Типы задач распознавания: распознавание объектов, идентификация, классификация. Понятие о методах распознавания с учителем и без учителя. Основные этапы процесса распознавания.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой теории вероятностей и математической статистики,  
доктор физ.-мат. наук, профессор



А.Ю.Харин

27.05.2025

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО**  
на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_