

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Белорусского
государственного университета

А.Д.Король

29.09.2025

Регистрационный № 3745/8



ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для
специальности:

6-05-0533-09 Прикладная математика

подпись Н.Б.

2025 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-09-2023, учебных планов БГУ: № 6-5.3-57/01, № 6-5.3-57/02, № 6-5.3-57/03, № 6-5.3-57/04 от 15.05.2023.

СОСТАВИТЕЛИ:

А.М.Будник, доцент кафедры вычислительной математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Ю.Н.Горбачёва, старший преподаватель кафедры вычислительной математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета;

В.И.Репников, заведующий кафедрой вычислительной математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

П.П.Матус, главный научный сотрудник отдела информационных технологий Института математики НАН Беларуси, член-корреспондент НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор;

И.С.Козловская, доцент кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики БГУ
(протокол № 2 от 23.09.2025);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 2 от 26.09.2025)

Заведующий кафедрой



В.И.Репников

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – обучение студентов теоретическим основам методов решения задач численного анализа; формирование у студентов навыков проведения вычислительного эксперимента. Цель достигается в несколько этапов: ознакомление студентов с основными математическими моделями, возникающими при решении прикладных задач в различных областях естествознания; теоретическое исследование численных методов и алгоритмов решения рассматриваемых задач; закрепление материала путем решения типовых задач и упражнений; практическая реализация алгоритмов с привлечением современной вычислительной техники.

Задачи учебной дисциплины:

- обучение теоретическим основам построения и исследования численных методов и алгоритмов решения задач численного анализа;
- ознакомление с современными и классическими методами вычислительной математики;
- формирование у студентов твердых навыков в выборе алгоритмов для решения конкретной задачи (ориентируясь на теоретические характеристики данного алгоритма);
- приобретение студентами практического опыта при программной реализации вычислительных алгоритмов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Методы численного анализа» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами: дисциплины государственного компонента модулей «Геометрия и алгебра», «Математический анализ», дисциплины «Вычислительные методы алгебры» модуля «Методы численного анализа» и «Основы и методологии программирования» модуля «Программирование», дисциплины компонента учреждения высшего образования «Дифференциальные уравнения» и «Функциональный анализ и интегральные уравнения» модуля «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Численные методы» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

Базовые профессиональные компетенции:

Использовать принципы численных методов и навыки прикладного численного моделирования для решения основных задач высшей математики и математической физики, выбирать оптимальный алгоритм для решения конкретных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- базовые понятия теории приближенных методов;

- методы решения численных уравнений и систем таких уравнений;
- основные методы решения задач теории приближения и их использование в задачах численного интегрирования и дифференцирования;
- методы решения основных типов задач для функциональных уравнений (интегральных и обыкновенных дифференциальных уравнений);

уметь:

- исследовать основные характеристики приближенных алгоритмов применительно к конкретной вычислительной задаче;
- использовать основные результаты теории методов численного анализа к решению на компьютере модельных и прикладных задач;

иметь навык:

- отбора оптимальных алгоритмов для решения прикладных задач с использованием современной компьютерной техники;
- программной реализации методов численного анализа и интерпретации полученных результатов.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Численные методы» отведено **для очной формы** получения высшего образования – 216 часов, в том числе 102 аудиторных часа, лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 34 часа. **Из них:**

Лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет и экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1 Решение нелинейных уравнений и систем

Тема 1.1 Введение.

Предмет «Методы численного анализа» и основные задачи, излагаемые в учебной дисциплине.

Тема 1.2 Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем

Решение нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Теорема о сходимости. Ускорение сходимости метода итерации. Метод Стеффенсена. Методы типа Чебышева. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Поиск всех корней алгебраических уравнений. Метод Лобачевского. Решение систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Методы Зейделя и Гаусса-Зейделя. Метод Ньютона и его видоизменения.

Тема 1.3 Вариационный подход к решению нелинейных систем

Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационной задачи. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска. Проблема выбора начального приближения. Метод продолжения по параметру.

Раздел 2 Приближение функций

Тема 2.1 Наилучшие приближения

Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве. Среднеквадратичное приближение функций алгебраическими многочленами. Метод наименьших квадратов. Задача построения ортонормированного базиса. Наилучшее равномерное приближение. Теорема о чебышевском альтернансе. Примеры построения многочленов наилучшего равномерного приближения.

Тема 2.2 Интерполирование

Интерполирование в линейных нормированных пространствах. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Применение интерполирования к вычислению производных. Формулы численного дифференцирования и их погрешности. Интерполяционные методы решения нелинейных уравнений. Многомерная алгебраическая интерполяция.

Тема 2.3 Сплайн-приближения

Сплайн-интерполирование. Интерполяционный кубический сплайн. Экстремальное свойство интерполяционного кубического сплайна. Сплайн-

сглаживание. Бикубический сплайн. Приближение кривых и поверхностей. Интерполяционный параметрический сплайн.

Раздел 3 Численное интегрирование

Тема 3.1 Интерполяционные квадратурные формулы

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.

Тема 3.2 Квадратурные формулы типа Гаусса

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Теоремы существования и единственности, о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами. Ослабление особенностей интегрируемой функции.

Тема 3.3 Приближенное вычисление кратных интегралов

Понятие о кубатурных формулах. Сведение кратного интеграла к повторному и простейшие кубатурные формулы. Кубатурные формулы на треугольнике.

Раздел 4 Численное решение интегральных уравнений

Тема 4.1 Методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода

Метод механических квадратур, метод замены ядра на вырожденное и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Проекционные методы.

Тема 4.2 Методы решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода

Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода. Проекционные методы.

Раздел 5 Методы численного решения задачи Коши

Тема 5.1 Методы решения неустойчивых задач

Классификация методов. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Методы типа Рунге-Кутта. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Правило Рунге оценки погрешности приближенного решения. Вложенные методы типа Рунге-Кутта. Сходимость одношаговых методов. Многошаговые методы: методы Адамса, общие линейные многошаговые методы.

Тема 5.2 Методы решения жестких задач

Устойчивость численных методов решения задачи Коши. Жесткие задачи и методы их решения. Неявные методы Рунге-Кутта. Формулы дифференцирования назад. Реализация неявных формул.

Раздел 6 Решение граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 6.1 Методы, основанные на сведении к задаче Коши

Метод редукции. Метод стрельбы для линейных и нелинейных задач.

Тема 6.2 Вариационные методы решения граничных задач

Методы Ритца, моментов, Галеркина и наименьших квадратов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий
(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Решение нелинейных уравнений и систем	12			6		1	
1.1	Введение	2						Экспресс-опрос
1.2	Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем	8			4			Отчет по расчетно-графической работе №1, экспресс-опрос
1.3	Вариационный подход к решению нелинейных систем	2			2		1	Отчет по домашним упражнениям с устной защитой, экспресс-опрос
2	Приближение функций	18			10			
2.1	Наилучшие приближения	4			2			Отчет по расчетно-графической работе №2, экспресс-опрос
2.2	Интерполирование	10			6			Отчет по расчетно-графической работе №3, экспресс-опрос

2.3	Сплайн-приближения	4			2			Контрольная работа №1 по разделам 1 и 2
3	Численное интегрирование	8			6		1	
3.1	Интерполяционные квадратурные формулы	4			2			Экспресс-опрос
3.2	Квадратурные формулы типа Гаусса	2			2			Отчет по расчетно-графической работе №4
3.3	Приближенное вычисление кратных интегралов	2			2		1	Отчет по домашним упражнениям с устной защитой, экспресс-опрос
4	Численное решение интегральных уравнений	6					1	
4.1	Методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода	4					1	Отчет по домашним упражнениям с устной защитой, экспресс-опрос
4.2	Методы решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода	2						Экспресс-опрос
5	Методы численного решения задачи Коши	12			8			
5.1	Методы решения нежестких задач	8			6			Отчет по расчетно-графической работе №5, экспресс-опрос
5.2	Методы решения жестких задач	4			2			Контрольная работа №2 по разделам 3–5

6	Решение граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	12				1	
6.1	Методы, основанные на сведении к задаче Коши	8				1	Отчет по домашним упражнениям с устной защитой, экспресс-опрос
6.2	Вариационные методы решения граничных задач	4					Отчет по расчетно-графической работе №6, экспресс-опрос

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Гулин, А.В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. – Москва: ИНФРА-М, 2022.–367 с. – URL: <https://znanium.ru/catalog/document?id=390201>.
2. Слабнов, В. Д. Численные методы: учебник для вузов / В. Д. Слабнов. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2024. – 389 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/359849>.
3. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум: учебное пособие / А. В. Пантелеев, И. А. Кудрявцева. – Москва: ИНФРА-М, 2023. – 511 с. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/document?id=427023>.
4. Волков, Е. А. Численные методы: учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. - Изд. 7-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. - 248 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/254663>.
5. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие для студентов вузов / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова; под ред. Б. П. Демидовича. - Изд. 5-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2024. - 400 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210437>.

Дополнительная литература

1. Калиткин, Н. Н. Численные методы: в 2 кн. Кн. 1. Численный анализ: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Н.Н. Калиткин, Е.А. Альшина. – М.: Издательский центр «Академия», 2013 – 304 с.
2. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учебное пособие / Н.Н. Калиткин. – БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
3. Самарский, А. А. Численные методы: учебное пособие / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
4. Крылов, В. И. Вычислительные методы: Учебное пособие / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный.– М.: Наука, т. 1– 1976, 304 с., т. 2– 1977, 400 с.
5. Бахвалов, Н. С. Численные методы. Решение задач и упражнения: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.А. Корнев, Е.В. Чижонков. – Москва: Бином, 2016. – 352 с.
6. Бахвалов, Н. С. Численные методы: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 9-е изд. – Москва: Лаборатория знаний, 2020. – 636 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/126099>.
7. Овсянникова, Н. И. Численные методы: учебное пособие / Н.И. Овсянникова. – М.: ИД Академии Жуковского, 2021. – 84 с.
8. Вабищевич, П. М. Численные методы: вычислительный практикум. Практическое применение численных методов при использовании языка PYTHON/ П.М. Вабищевич. – М.: Ленанд, 2019. – 320 с.

9. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики: учебное пособие / Г.И. Марчук. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 608 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.– URL: <https://e.lanbook.com/book/210302>.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущей аттестации: отчеты по расчетно-графическим работам, письменные контрольные работы, устные экспресс-опросы.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Численные методы» учебным планом предусмотрен зачет и экзамен.

Для формирования итоговой отметки по учебной дисциплине используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущей и промежуточной аттестации студентов по учебной дисциплине.

Формирование итоговой отметки в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации (примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации):

- отчеты по расчетно-графическим работам – 50 %;
- контрольные работы – 40 %;
- устный экспресс-опрос – 10 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе итоговой отметки текущей аттестации (модульно-рейтинговой системы оценки знаний) 40 % и экзаменационной отметки 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы

Тема № 1.3 Вариационный подход к решению нелинейных систем (1 ч)

Примерное упражнение. Применить метод градиентного спуска для решения нелинейной системы уравнений.

Применяя метод градиентного спуска к решению системы вида

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 x_2 = 1, \end{cases}$$

записать условие минимума функционала, т.е. уравнение $\varphi'(t) = 0$.

Форма контроля – отчет по домашним упражнениям с устной защитой.

Тема № 3.3 Приближенное вычисление кратных интегралов (1 ч)

Примерное упражнение. Применить методы приближенного вычисления двойных интегралов.

Используя составную кубатурную формулу средних, приближенно вычислить интеграл $I = \int_0^2 \int_3^6 (x^2 - 2y^2) dx dy$. При построении формулы отрезок $[0; 2]$ разбивать на две равные части, а отрезок $[3; 6]$ – на три.

Форма контроля – отчет по домашним упражнениям с устной защитой.

Тема № 4.1 Методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода (1 ч)

Примерное упражнение. Применить методы приближенного решения интегральных уравнений.

Найти приближенное решение интегрального уравнения $u(x) - \int_0^1 \frac{u(s)}{x+s+1} ds = 1$ методом механических квадратур. Для замены интеграла использовать простейшую квадратурную формулу Симпсона.

Форма контроля – отчет по домашним упражнениям с устной защитой.

Тема № 6.1. Методы, основанные на сведении к задаче Коши (1 ч)

Примерное упражнение. Применить методы приближенного решения граничных задач.

Методом редукции найти решение краевой задачи $u'' + \frac{1}{2}xu' - u = x + 1, 0 \leq x \leq 1, u(0) + 2u'(0) = 2, 2u(1) + u'(1) = 1$.

Записать алгоритм решения какой-либо задачи Коши, используя метод второго порядка.

Форма контроля – отчет по домашним упражнениям с устной защитой.

Примерный перечень лабораторных занятий

1. Отделение корней нелинейных уравнений. Методы простой итерации и Ньютона.

2. Видоизменения метода простой итерации.

3. Видоизменения метода Ньютона.

4. Наилучшие приближения функций. Метод наименьших квадратов.

5. Интерполяционное приближение функций. Многочлены Лагранжа и Ньютона.

6. Минимизация остатка интерполирования. Многочлены Чебышева.

7. Интерполирование при равноотстоящих узлах.

8. Интерполирование с кратными узлами.

9. Контрольная работа №1.

10. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.

11. Составные квадратурные формулы. Правило Рунге оценки погрешности.

12. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Формула Гаусса.

13. Одношаговые методы решения задачи Коши (методы Эйлера, последовательного повышения порядка точности и Рунге-Кутта).
14. Многошаговые методы решения задачи Коши (явные и неявные методы Адамса).
15. Понятие аппроксимации и устойчивости методов решения задачи Коши. Способы их исследования.
16. Контрольная работа №2.
17. Итоговое занятие.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации занятий используется практико-ориентированный подход, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используется метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Отделение корней нелинейного уравнения. Выбор начального приближения.
2. Преобразование нелинейных уравнений к каноническому виду.
3. Практический контроль сходимости итерационных алгоритмов.

4. Практическое построение наилучшего среднеквадратичного приближения. Метод наименьших квадратов.
5. Основные представления интерполяционных многочленов и их остатков. Практическая оценка погрешности интерполирования.
6. Минимизация остатка интерполирования.
7. Практическое применение интерполирования: решение уравнений, приближенное вычисление производных.
8. Количественные характеристики квадратурных формул и их исследование.
9. Основные подходы к построению квадратурных формул.
10. Применение квадратурных формул. Практическая оценка погрешности.
11. Применение квадратурных формул к решению интегральных уравнений.
12. Простейшие одношаговые методы решения задачи Коши.
13. Нахождение приближенного решения задачи Коши с заданной точностью.
14. Практика применения многошаговых методов.
15. Количественные характеристики численных методов решения задачи Коши и их исследование.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Метод итерации решения численных уравнений: алгоритм, теорема о сходимости, оценка погрешности, приведение к каноническому виду.
2. Метод Стеффенсена и итерационные процессы высших порядков.
3. Метод Ньютона (различные подходы к выводу алгоритма, теорема о сходимости).
4. Метод секущих и другие видоизменения метода Ньютона (дискретный вариант, кратные корни, хорд).
5. Метод Лобачевского.
6. Метод итерации для нелинейных систем (алгоритм, теорема о сходимости, оценка погрешности).
7. Метод Зейделя и Гаусса-Зейделя для нелинейных систем.
8. Метод Ньютона для нелинейных систем и его видоизменения.
9. Методы спуска и продолжения по параметру для нелинейных систем.
10. Существование и единственность элемента наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах.
11. Построение элемента наилучшего приближения в гильбертовых пространствах. Метод наименьших квадратов (приближение многочленами в L^2).
12. Рекуррентное соотношение для ортогональных многочленов.
13. Теоремы Вале-Пуссена и о чебышевском альтернансе (существование и единственность многочлена наилучшего равномерного приближения).
14. Примеры многочленов наилучшего равномерного приближения.

15. Построение многочленов наилучшего равномерного приближения.
16. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
17. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
18. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона.
 19. Основные представления остатка интерполирования.
 20. Минимизация остатка интерполирования.
 21. Построение многочлена, наименее отклоняющегося от нуля.
 22. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные многочлены Ньютона для равномерной сетки узлов.
 23. Интерполяционный многочлен Эрмита и его остаток.
 24. Численное дифференцирование. Применение интерполирования к решению уравнений.
 25. Многомерное интерполирование (условия существования и единственности). Основные случаи интерполирования для функций двух независимых переменных.
 26. Интерполяционный многочлен на треугольной сетке.
 27. Определение сплайна и простейшие примеры.
 28. Интерполяционный кубический сплайн (построение). Различные типы граничных условий.
 29. Теорема о сходимости интерполяционных кубических сплайнов.
 30. Экстремальное свойство интерполяционных кубических сплайнов.
 31. Сглаживающий кубический сплайн.
 32. Интерполяционный бикубический сплайн.
 33. Параметрические сплайны. Приближение кривых и поверхностей.
 34. Постановка задачи численного интегрирования. Интерполяционные квадратурные формулы (ИКФ). Критерий ИКФ.
 35. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
 36. Простейшие квадратурные формулы (правых, левых и средних прямоугольников, трапеций, Симпсона).
 37. Априорная оценка погрешности КФ. Правило Рунге практической оценки погрешности.
 38. Критерий квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности (КФ НАСТ).
 39. Существование КФ НАСТ. Свойство узлов и коэффициентов КФ НАСТ.
 40. Тождество Кристоффеля-Дарбу. Безынтегральная формула для вычисления коэффициентов КФ НАСТ.
 41. Квадратурные формулы, содержащие наперед заданные узлы (теорема существования). Квадратурные формулы типа Маркова.
 42. Квадратурные формулы с равными коэффициентами.
 43. Вычисление интегралов от быстро осциллирующих функций. Метод Филона.
 44. Вычисление кратных интегралов: повторное интегрирование.

45. Использование понятия АСТ для построения кубатурных формул. Простейшие кубатурные формулы на прямоугольной и треугольной сетке.
46. Метод механических квадратур (ММК) для интегральных уравнений (ИУ) второго рода.
47. Уравнения с вырожденным ядром. Метод замены ядра на вырожденное для ИУ второго рода.
48. Метод последовательных приближений для ИУ второго рода.
49. Проекционные методы решения интегральных уравнений второго рода.
50. Аналитические методы решения задачи Коши. Метод Пикара, пошаговый вариант метода рядов.
51. Способ Рунге-Кутта построения одношаговых методов. Построение методов Рунге-Кутта первого и второго порядков точности. Условия порядка. Примеры методов третьего и четвертого порядков.
52. Способ последовательного повышения порядка точности построения одношаговых методов. Примеры методов типа последовательного повышения порядка точности различных порядков.
53. Практический контроль погрешности приближенного решения. Правило Рунге.
54. Использование вложенных методов для контроля погрешности.
55. Экстраполяционные и интерполяционные методы Адамса решения задачи Коши. Общие линейные многошаговые методы.
56. Понятие устойчивости численных методов решения задачи Коши.
57. Явление жесткости.
58. Неявные методы Рунге-Кутта.
59. Методы, основанные на формулах дифференцирования назад.
- Реализация неявных методов.
60. Метод редукции граничных задач к задачам Коши.
61. Метод стрельбы для линейных задач.
62. Метод стрельбы для нелинейных задач.
63. Связь граничной и вариационной задач (различные типы граничных условий).
64. Метод Ритца построения минимизирующей последовательности. Сходимость минимизирующей последовательности.
65. Построение минимизирующей последовательности для линейной граничной задачи.
66. Методы моментов, Галеркина наименьших квадратов и коллокации решения граничных задач.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой
вычислительной математики
кандидат физ.-мат. наук, доцент



В.И.Репников

23.09.2025

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на _____ / _____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № _____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета