

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

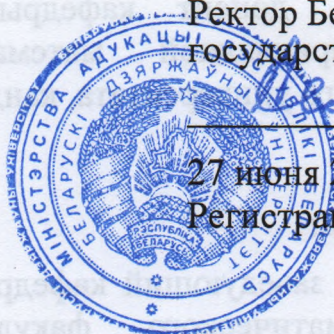
**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор Белорусского  
государственного университета

А.Д.Король

27 июня 2025 г.

Регистрационный № 3694/б.



**АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ 3-Х МЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Учебная программа учреждения образования по учебной дисциплине для  
специальностей:

**6-05-0533-11 Прикладная информатика**

Профилизация: Информационные аналитические системы

2025 г.



Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-11-2023 и учебного плана БГУ № 6-5.3-59/03 от 15.05.2023.

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

**О.Л.Коновалов**, доцент кафедры информационных систем управления факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**М.А.Журавков**, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физ.-мат. наук, профессор;

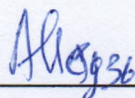
**А.В.Тузиков**, заведующий лабораторией математической кибернетики ОИПИ, доктор физ.-мат. наук, профессор

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой информационных систем управления БГУ  
(протокол № 15 от 19.06.2025);

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 11 от 26.06.2025)

Заведующий кафедрой



А.М.Недзьведь

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель учебной дисциплины** – подготовка специалиста, владеющего знаниями в области прикладных технологий обработки, анализа и визуализации пространственных данных; понимающего концепции и технологии современного представления, анализа и обработки пространственных данных; владеющего умениями и навыками самостоятельного решения прикладных задач с использованием современных программных средств; сформировать у студента теоретические и практические компетенции в области целостного представления цифровых моделей геометрических объектов, понимания места и роли алгоритмов вычислительной геометрии, применения технологий анализа и обработки пространственных данных, дать практические навыки разработки прикладных CAD систем.

### Задачи учебной дисциплины:

1. сформировать у студента теоретические и практические компетенции в области представления цифровых моделей трехмерных геометрических объектов;

2. дать теоретические основы двух базовых раздел информатики связанных с трехмерным моделированием: вычислительной геометрией и симплициальной топологией;

3. ознакомить студента с современным программным базисом трехмерного моделирования (библиотека CGAL, программное ядро твердотельного моделирования ACIS, программный модуль трехмерной тесселяции TetGEN, наиболее популярные CAD пакеты AutoCAD и NanoCAD и т.п.)

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к дисциплинам профилизации «Информационные аналитические системы» компонента учреждения образования.

Программа составлена с учётом межпредметных связей с учебными дисциплинами данной специальности.

Дисциплина «Алгоритмические основы 3-х мерного моделирования» непосредственно связана с дисциплинами: «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Теория алгоритмов», «Дискретная математика и математическая логика», «Вычислительные методы алгебры», «Методы оптимизации». Теоретические основы, излагаемые в указанных дисциплинах, используются при реализации алгоритмов вычислительной геометрии и оценке их эффективности.

Сформированные при изучении дисциплины «Алгоритмические основы 3-х мерного моделирования» компетенции используются при изучении дисциплин «Искусственный интеллект» и «Теория распознавания образов».

Знания, полученные в учебной дисциплине, используются при изучении дисциплин специализации, при выполнении курсовых и дипломных работ, а



также используются как инструментарий для моделирования и компьютерного решения задач ряда математических дисциплин, изучаемых на старших курсах.

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Алгоритмические основы 3-х мерного моделирования» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

#### **Универсальные компетенции:**

Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

#### **знать:**

- основные понятия теории дифференциальной и симплициальной геометрии и топологии;
- базовые алгоритмы вычислительной геометрии и методы оценки их сложности;
- современные библиотеки алгоритмов вычислительной геометрии;
- базовые программно-технические решения для подключения библиотек алгоритмов к современным CAD системам;

#### **уметь:**

- программировать задачи обработки и анализа пространственных данных;
- использовать современные библиотеки алгоритмов вычислительной геометрии;
- разрабатывать программные CAD-приложения обработки пространственных данных с заданной функциональностью;
- оценивать эффективность различных решений обработки пространственных данных;
- разрабатывать программные приложения визуализации пространственных данных;

#### **иметь навыки:**

- разработки программных модулей на основе прикладных CAD-пакетов для генерации и анализа пространственных данных;
- программирования алгоритмов вычислительной геометрии,
- работы с программными модулями и средствами для визуализации пространственных данных.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 5 семестре. В соответствии с учебным планом всего на изучение учебной дисциплины «Алгоритмические основы 3-х мерного моделирования» отведено для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 68 аудиторных часа: лекции – 34 часа, лабораторные работы – 34 часа. Из них:

Лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа (УСР) – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет.

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### **Раздел 1. Математические основы 3D моделирования. Современные программные средства 3-х мерного моделирования.**

#### ***Тема 1.1. Введение. Трехмерное компьютерное моделирование.***

Предмет, история, области применения дисциплины. Современные CAD\CAM\CAE системы. Трехмерная WEB графика. Представление твердотельной геометрии в ядре ACIS. CSG - операции.

#### ***Тема 1.2. Основные понятия симплициальной геометрии и топологии***

Базовые понятия комбинаторной геометрии и вычислительной топологии. Симплициальные комплексы. Полиэдры. Связность и однородность. ACIS – sweeping и blending.

#### ***Тема 1.3. Разбиения и триангуляции. Теорема о классификации симплициальных многообразий.***

Понятие поверхности и двумерного многообразия. Звезда вершины. Ребро ветвления. Изолированная особенность. Теорема о классификации симплициальных многообразий. SAT – формат. CAE – моделирование в SimScale.

### **Раздел 2. Библиотека CGAL. Программный интерфейс CAD систем.**

#### ***Тема 2.1. Реберный список с двойными связями***

Представление реберного списка с двойными связями (РСДС). Алгоритм построения РСДС. Представление РСДС в библиотеке CGAL.

#### ***Тема 2.2. Библиотека вычислительной геометрии CGAL***

Структура и состав библиотеки. Типовые структуры. Ядро библиотеки. Базовые алгоритмы. Примеры использования. Алгоритмы реконструкции трехмерных поверхностей. Алгоритмы детектирования.

#### ***Тема 2.3. NANOCAD API***

Создание типового проекта в Microsoft Visual Studio. Механизм доступа к объектам чертежа NANOCAD. Типы объектов. Создание, поиск и редактирование объектов чертежа. Представление 3d объектов. Представление топологии.

#### ***Тема 2.4 C# интерфейс библиотеки CGAL***

Назначение и структура оболочки. Структура базовых классов. Состав алгоритмов. Примеры вызова алгоритмов библиотеки CGAL. Пример создания пользовательского приложения в NANOCAD.

### **Раздел 3. Базовые алгоритмы вычислительной геометрии**

#### ***Тема 3.1. Задачи локализации и регионального поиска.***

Принадлежность многоугольнику. Выпуклый случай. Звездные многоугольники. Локализация точки на планарном подразбиении (ППЛГ). Метод полос. Метод планарного сепаратора. Метод детализации триангуляции. Метод

трапеций. Принадлежность многоугольнику. Выпуклый случай. Звездные многоугольники.

***Тема 3.2. Построение выпуклых оболочек***

Полиэдры. Выпуклая оболочка(ВО). Выпуклый d-политоп. Симплициальный политоп. Нижние оценки сложности построения ВО. Крайние точки. Метод обхода Грэхема. Обход методом Джарвиса. Быстрые методы построения ВО. Алгоритмы «разделяй и властвуй». Динамические алгоритмы построения ВО. ВО в трехмерном пространстве.

***Тема 3.3. Триангуляция Делоне и диаграмма Вороного***

Триангуляция Делоне. Теорема Делоне. Диаграмма Вороного. Свойства диаграммы Вороного(ДВ). Построение ДВ методом цепей.

***Тема 3.4. Диаграммы Вороного высших порядков.***

Диаграммы Вороного высших порядков. Инверсия. Инверсная теорема. Выпуклая оболочка и диаграмма Вороного дальней точки. Алгоритм построения диаграмма Вороного дальней точки.

**Раздел 4. Геометрическая оптимизация**

***Тема 4.1. Евклидово минимальное остовое дерево.***

Евклидово минимальное остовое дерево(ЕМОД). Алгоритм построения ЕМОД через триангуляцию Делоне.

***Тема 4.2. Сети Штейнера***

Задача о кратчайшей системе дорог. Сети Штейнера. Тупиковая вершина и тупиковая пара. Теорема Штейнера. Алгоритм построения сети Штейнера.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная (дневная) форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий  
(ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8
	<b>Алгоритмы вычислительной геометрии</b>	<b>34</b>			<b>30</b>	<b>4</b>	
<b>1.</b>	<b>Математические основы 3D моделирования. Современные программные средства 3-х мерного моделирования.</b>	<b>10</b>			<b>8</b>	<b>2</b>	
1.1.	Введение в трехмерное компьютерное моделирование.	2			2		устный опрос
1.2.	Основные понятия симплицальной геометрии и топологии.	4			2	2	Расчетно- графическая работа №1
1.3.	Разбиения и триангуляции. Теорема о классификации симплицальных многообразий.	4			4		устный опрос
<b>2.</b>	<b>Библиотека CGAL. Программный интерфейс CAD систем.</b>	<b>10</b>			<b>8</b>	<b>2</b>	
2.1.	Реберный список с двойными связями.	2			2		устный опрос
2.2.	Библиотека вычислительной геометрии CGAL.	4			4		устный опрос

2.3	NANOCAD API.	2			2		устный опрос
2.4	C# интерфейс библиотеки CGAL.	2				2	Расчетно- графическая работа №2
<b>3.</b>	<b>Базовые алгоритмы вычислительной геометрии</b>	<b>10</b>			<b>10</b>		
3.1.	Задачи локализации и регионального поиска.	2			2		устный опрос
3.2.	Построение выпуклых оболочек.	2			2		устный опрос
3.3.	Триангуляция Делоне и диаграмма Вороного.	2			2		Расчетно- графическая работа №3
3.4	Диаграммы Вороного высших порядков.	4			4		устный опрос
<b>4.</b>	<b>Геометрическая оптимизация</b>	<b>4</b>			<b>4</b>		
4.1.	Евклидово минимальное остовое дерево(ЕМОД).	2			2		Расчетно- графическая работа №4
4.2.	Сети Штейнера.	2			2		устный опрос



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература

1. Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию : учебное пособие для студ. высших учебных заведений, обуч. по спец. "Математика" / В. И. Паньженский. - Изд. 2-е, испр. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. - 236 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/212126>.
2. Никулин, Е. А. Компьютерная графика. Модели и алгоритмы : учебное пособие для студ. направления подготовки "Информатика и вычислительная техника" / Е. А. Никулин. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2024. - 706 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/213038>.
3. Бирн, Д. Цифровой свет и рендеринг / Джереми Бирн ; [пер. с англ. И. Л. Люско ; науч. ред. Я. Е. Гурин]. - Москва : ДМК Пресс, 2022. - 463 с.

### Дополнительная литература

1. Тужилин, А. А. Элементы геометрии и топологии минимальных поверхностей / А. А. Тужилин, А. Т. Фоменко. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2022. - 243 с.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущей аттестации: расчетно-графические работы.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен **зачет**.

Критерием оценивания являются выполнение расчетно-графических работ и устный ответ на вопросы преподавателя. Расчетно-графические работы по результатам выполнения и защиты оцениваются с учетом следующих основных параметров:

- своевременное выполнение работы;
- полнота и правильность ответов на вопросы, заданные в ходе защиты работы.

В случае выполнения данных условий студент имеет возможность сдавать зачет.

Отметка «зачтено» выставляется студенту, который твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Отметка «не зачтено» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, допускающему в ответе или в решении задач грубые ошибки.

## **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы**

### ***Тема 1.2 Основные понятия симплициальной геометрии и топологии (2 часа).***

Создать CSG модели заданного объекта. Выполнить blending созданной CSG модели.

Создать swiping-модель заданного объекта. Выполнить rendering созданной swiping-модели.

(Форма контроля – устный опрос).

### ***Тема 2.4 C# интерфейс библиотеки CGAL (2 часа)***

Разработать плагин nanoCAD-а для построения 2d фрактального дерева.

Разработать плагин nanoCAD-а для построения 3d фрактального дерева.

(Форма контроля – устный опрос).

## **Примерный перечень лабораторных занятий**

Занятие № 1. Настройка среды разработки NANOCAD API. Создание простейшего плагина.

Занятие № 2. Настройка среды разработки CGAL C# wrapper. Реализация алгоритмов построения выпуклой 2d оболочки и заметающей прямой.

Занятие № 3. Реализация алгоритмов разбиения полигонов и построения триангуляции Делоне.

Занятие № 4. Реализация алгоритма построения диаграммы Вороного.

Занятие № 5. Реализация плагина NANOCAD для построения пространственной спирали.

Занятие № 6-7. Реализация плагина NANOCAD для построения РСДС для выбранного множества отрезков. Расчетно-графическая работа №1.

Занятие № 8. Реализация плагина NANOCAD для построения лексикографической триангуляции.

Занятие № 9-10. Реализация плагина NANOCAD для построения трехмерной выпуклой оболочки. Расчетно-графическая работа №2.

Занятие № 11. Реализация плагина NANOCAD для построения деревьев Линдемайера.

Занятие № 12-13. Реализация плагина NANOCAD для построения диаграммы Вороного дальней точки. Расчетно-графическая работа №3.

Занятие № 14-15. Реализация плагина NANOCAD для построения ЕМОД. Расчетно-графическая работа №4.

## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используются следующие методы:

– **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

В качестве технических средств для организации работы в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать Образовательный портал БГУ (<https://edufpmi.bsu.by>) – инструмент с эффективной функциональностью контроля, тренинга и самостоятельной работы.

– **практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих профессиональные компетенции.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в том числе вопросы для подготовки к зачету, и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

### **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Принадлежность многоугольнику. Выпуклый случай. Звездные многоугольники. Локализация точки на планарном подразбиении (ППЛГ).
2. Принадлежность многоугольнику. Метод полос. Метод планарного сепаратора. Метод детализации триангуляции. Метод трапеций.
3. Цепи ППЛГ. Алгоритм построения полного множества цепей.
4. Построение диаграммы Вороного методом «разделяй и властвуй». Алгоритм построения разделяющей цепи.
5. Диаграммы Вороного высших порядков.
6. Алгоритм построения диаграммы дальней точки.
7. Понятие триангуляции Делоне. Лексикографическая триангуляция.
8. Полиэдры. Связность и однородность. Теорема о классификации двумерных симплициальных многообразий.
9. Триангуляции с ограничениями. Триангуляция Шнейнера.
10. Сеть Штейнера. Алгоритм построения сети Шнейнера.
11. Теорема Делоне. Flipping алгоритм.
12. Алгоритм построения 2d триангуляции Делоне через построение



выпуклой оболочки в трехмерном пространстве (Инверсная теорема ч1.).

13. Алгоритм построения диаграммы дальней точки через построение выпуклой оболочки в трехмерном пространстве (Инверсная теорема ч2.).

14. Выпуклая оболочка(ВО). Выпуклый d-политоп. Симплициальный политоп. Нижние оценки сложности построения ВО. Крайние точки.

15. Метод обхода Грэхема. Обход методом Джарвиса. Быстрые методы построения ВО. Алгоритмы «разделяй и властвуй».

16. Динамические алгоритмы построения ВО. ВО в трехмерном пространстве.

17. Библиотеки CGAL. Назначение, состав и структура. Структура базовых классов. библиотеки CGAL.

18. Представление реберного списка с двойными связями (РСДС). Алгоритм построения РСДС. Представление РСДС в библиотеке CGAL.

19. NanoCAD C# API. Механизм доступа к объектам чертежа NANOCAD. Типы объектов. Создание, поиск и редактирование объектов чертежа.

20. NanoCAD C# API. Представление 3d объектов. Представление топологии.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Учебная дисциплина не требует согласования			

Заведующий кафедрой  
информационных систем управления  
доктор тех. наук, доцент

А.М.Недзведь

А.М.Недзведь

19.06.2025

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УО

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_