

О РУССКОМ ЯЗЫКЕ, ДЕЛЕНИИ С ОСТАТКОМ, АЛГОРИТМЕ ЕВКЛИДА И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ

Н.Я. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
mir@bsu.by

Аннотация. Русский язык применен к расшифровке математических понятий: умножение, множимое, множитель. Восстановлен смысл теоремы о делении с остатком. Кроме того,

разъяснен смысл применения алгоритма Евклида как аппарата приближения вещественного числа рациональным наиболее выгодным образом. Рассмотрены примеры о наилучшем приближении числа 2π рациональными числами. Рассмотрена связь деления с остатком и решения задачи Коши для линейного стационарного дифференциального уравнения.

Ключевые слова: русский язык; число; умножение; множимое; множитель; деление с остатком; теософическое сокращение; алгоритм Евклида; число 2π , линейное стационарное дифференциальное уравнение.

Хорошо известно, что математика как наука держится на четком определении понятий, и без русского языка в этом деле не обойдешься. Верну утраченный смысл понятиям: умножение, множимое, множитель, число. Воспользуюсь удивительными свойствами нашей Родной Речи [1]. *Умножить* – значит сделать копии, какого-либо множества, (образ буквы y – соединение). *Умножение* – это операция создания какого-то количества копий некоторого множества. *Множимое* – это число, которое описывает множество или долю этого множества. *Множитель* – это число, которое указывает, сколько раз и как следует копировать множество или долю этого множества. Часто в примерах множитель – это натуральное число (или многочлен). Вот именно в этом и состоит фундаментальный смысл понятий, который заложен в утверждениях Евклида [2]. Напомню, что слово число раскладывается на два слога – чи (чин) сло (слово). *Число* – слово, подчиненное некоторому порядку [3]. Выясню, о каком порядке идет речь. Сформулирую малоизвестную теорему о делении с остатком.

Теорема. *Для данного натурального числа $b \neq 1$, всякое натуральное число a единственным образом представимо в виде $a = b \cdot q + r$, где $1 \leq r \leq b$. Кроме того, число r равно теософическому сокращению числа a в системе счисления с основанием $b + 1$ (тео – бог, софия – мудрость).*

Эта теорема говорит о способах упорядочивания натуральных чисел. Теософическое сокращение – это функция, которая натуральному числу ставит в соответствие число, равное сумме чисел, из которых данное число состоит, причем вычисления производятся до однозначного числа.

Поясню сформулированную выше новую теорему следующим образом. Разобью множество натуральных чисел на две строки. Первая содержит нечетные числа, вторая – четные. Запишу эти числа в троичной системе счисления:

1 10 12 21 100 102 111 120 122 201 210 212 221 ...

2 11 20 22 101 110 112 121 200 202 211 220 222 ...

Теософическое сокращение всех чисел из первой строки – всегда 1 в троичной системе счисления, а теософическое сокращение всех чисел из второй строки – всегда 2 в троичной системе счисления. Например, теософическое сокращение числа 112 в троичной системе счисления $112 \rightarrow 1 + 1 + 2 = 4 \rightarrow [4]_3 = 11 \rightarrow 1 + 1 = 2$. Теософическое сокращение всегда принимает ненулевое значение. Такое упорядочивание натуральных чисел напоминает спираль.

Любое натуральное число имеет свое определенное место в спирали натуральных чисел. Вид спирали зависит от принятой системы счисления. Любое рациональное число можно представить в виде конечной (периодической) десятичной дроби при этом применяется деление с остатком или в виде конечной непрерывной дроби, в этом случае применяется алгоритм Евклида. Замечу, что алгоритм Евклида можно

применить к иррациональным числам [4]. Например, применим алгоритм Евклида к числам $\sqrt{2}$ и 1. Здесь надо помнить о множимом и множителе:

$$\sqrt{2} = 1 \cdot 1 + \sqrt{2} - 1,$$

$$1 = (\sqrt{2} - 1) \cdot 2 + 3 - 2\sqrt{2},$$

$$(\sqrt{2} - 1) = (3 - 2\sqrt{2}) \cdot 2 + 5\sqrt{2} - 7,$$

$$(3 - 2\sqrt{2}) = (5\sqrt{2} - 7) \cdot 2 + 17 - 12\sqrt{2}, \quad \dots$$

Остаток быстро уменьшается, а дроби $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \frac{41}{29}, \frac{99}{70}, \dots$, называются *подходящими* и быстро приближают число $\sqrt{2}$. Любое иррациональное число можно представить в виде бесконечной, непериодической, десятичной дроби [5] или в виде бесконечной непрерывной дроби [6], при этом применяется алгоритм Евклида. Существуют два способа приближения чисел при помощи рациональных: первый – дробями со знаменателем вида a^m , где a – основание системы счисления, а второй способ – при помощи подходящих дробей.

Утверждение. Если нужно приблизить действительное число несложным рациональным числом с малым знаменателем, то выгоднее использовать подходящие дроби.

Что значит выгодное приближение? Коэффициент p/q выгодности приближения [7] числа α – это число

$$\lambda = \frac{\text{верхнее значение абсолютной погрешности}}{\text{абсолютная погрешность приближения}} = \frac{1/(2q)}{|\alpha - p/q|} = \frac{1}{2|q\alpha - p|}.$$

Разложу число во всех возможных системах счисления с основаниями: 2, 3, 4, 5, 6, 7 и т.д. и выберу среди всех их, те приближения, которые являются выгодными.

Число 2π выгодно приближать дробями $377/60$, $3217/512$, $8143/1296$.

Именно поэтому выбор шумеров в пользу шестидесятиричной системы счисления является очевидным. Также очевидно, что удобнее всего делить единичную окружность именно на 360 частей, как раз, потому как справедлива приближенная формула

$$2\pi \approx \frac{360}{360} \left(6 + \frac{17}{60} \right) = 360 \left(\frac{1}{60} + \frac{17}{360 \cdot 60} \right) = 360 \left(\frac{1}{60} + \frac{2}{60^2} + \frac{50}{60^3} \right).$$

Углу в 1° соответствует длина дуги $(1/60 + 2/60^2 + 50/60^3)$, углу в $1'$ соответствует длина дуги $(1/60^2 + 2/60^3 + 50/60^4)$, углу в $1''$ соответствует длина дуги $(1/60^3 + 2/60^4 + 50/60^5)$, углу в $1'''$ соответствует длина дуги $(1/60^4 + 2/60^5 + 50/60^6)$. Это все конечные шестидесятиричные дроби и это удобно использовать.

Рассмотрю деление с остатком числа 2π на дроби $\frac{1}{7}, \frac{1}{53}, \frac{1}{113}, \frac{1}{60}, \frac{1}{512}, \frac{1}{1296}$ (множимое) и число $\Phi^2/5$ (множимое):

$$2\pi = \frac{1}{7} \cdot 44 - 2,53 \cdot 10^{-3}, \quad \lambda = 28,2; \quad 2\pi = \frac{1}{53} \cdot 333 + 1,66 \cdot 10^{-3}, \quad \lambda = 56,6;$$

$$2\pi = \frac{1}{113} \cdot 710 - 5,34 \cdot 10^{-7}, \quad \lambda = 8293,2; \quad 2\pi = \frac{1}{60} \cdot 377 - 1,48 \cdot 10^{-4}, \quad \lambda = 56,3;$$

$$2\pi = \frac{1}{512} \cdot 3217 - 1,78 \cdot 10^{-5}, \quad \lambda = 54,8, \quad 2\pi = \frac{1}{1296} \cdot 333 + 6,29 \cdot 10^{-6}, \quad \lambda = 61,3;$$

$$2\pi = \frac{\Phi^2}{5} \cdot 12 - 9,63 \cdot 10^{-5}.$$

Длина локтя сажени Фараона [8] равна $\Phi^2/5 = 0,5236$ м. Замечу, что справедливо следующее интересное равенство:

$$2\pi \cdot 1 \text{ м} = 12 \text{ локтей сажени Фараона.}$$

Именно по этой причине существует египетская традиция – деление единичной окружности на 12 равных частей. Шумерская традиция – деление единичной окружности на 6 и на 60. Ведическая традиция – это деление единичной окружности на 2, 9, 12, 16. Замечу, что деление с остатком применимо к выбору наилучшего календаря. Так тропический год 365,242199 суток следует приблизить некоторым количеством долей суток. Рассмотрим случай Коляды Дара – допетровского календаря:

$$\text{Тропический год} = \frac{\text{сутки}}{512}(365 \cdot 512 + 4 \cdot 31) + \text{остаток Коляды Дар}$$

Из 512 лет каждое шестнадцатое – священное лето, которое состоит из 369 сут., обыкновенное же лето – 365 сут. Всего за 512 лет проходит ровно 31 священное лето, а последнее 32-ое считается обыкновенным. Таким образом, тропический год приближается числом

$$365\frac{124}{512} = 365\frac{31}{128} \text{ сут.}$$

Точность Коляды Дара: 1 сутки за 86956 лет. Это лучшее приближение тропического года.

Чтобы решить уравнение $L_n x = f$, $L_n = (D - \lambda_1 D^0)(D - \lambda_2 D^0) \dots (D - \lambda_n D^0)$, где $P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_n)$, или уравнение $D\vec{x} - A\vec{x} = \vec{f}$, достаточно найти остаток от деления экспоненты $e^{\lambda t}$ на многочлен $P(\lambda)$. Таким образом, решить указанные дифференциальные уравнения, значит, применить теорему Евклида о делении с остатком для $e^{\lambda t}$ и $P(\lambda)$, т.е.

$$e^{\lambda t} = P(\lambda)q(\lambda) + \alpha_{n-1}(t)\lambda^{n-1} + \alpha_{n-2}(t)\lambda^{n-2} + \dots + \alpha_0(t), \quad \lambda = \lambda_k, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Причем оказывается, что функции $\alpha_k(t)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$, совпадают с базисом Коши, нормированным в нуле: $\alpha_{n-1}(t) = \varphi_{n-1}(t)$, $\dots$, $\alpha_0(t) = \varphi_0(t)$. Матричная экспонента может быть найдена следующим образом [9]:

$$e^{At} = P(A)q(A) + \alpha_{n-1}(t)A^{n-1} + \alpha_{n-2}(t)A^{n-2} + \dots + \alpha_0(t)E,$$

где $P(A) = O$.

В процессе обучения студентов следует иметь ввиду, что Родную Речь, математику и естествознание следует воспринимать как единое целое, ибо наш язык повторяет смысловую структуру действительности.

Библиографические ссылки

1. *Лукашевич П. А.* Чаромутіе, или священный язык магов, волхвов и жрецов, открытый Платоном Лукашевичем. Петръгородъ, 1846.
2. Начала Евклида. Книги VII-X. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949.
3. *Радыно Н. Я.* О русском языке и истинных основах естествознания и математики // XIV Белорусская математическая конференция, посвящ. 65-летию Ин-та математики НАН Беларуси: матер. Междунар. науч. конф. Минск, 28 октября – 1 ноября 2024 г. В 3-х ч. Ч. 1. Мн.: Беларуская навука, 2024. С. 152–153.
4. *Родосский К. А.* Алгоритм Евклида. М.: Наука. 1988.
5. *Киселев А. П.* Систематический курс арифметики. Репринтное издание к 150-летию со дня рождения А. П. Киселева. Орел: Изд. Орловского гос. ун-та, 2002.
6. *Хинчин А. Я.* Цепные дроби. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961.
7. *Бескин Н. М.* Цепные дроби // Квант. 1970. № 1, С. 16–26.
8. *Макарова М. Ю.* Практическое руководство по работе с сажениями. 2015.
9. *Богданов Ю. С., Мазаник С. А., Сыроид Б. Ю.* Курс дифференциальных уравнений. Мн.: Універсітэцкае, 1996.